

---

## SISTEMAS MECÁNICOS SUBACTUADOS: PÉNDULOS INVERTIDOS

M. Antonio-Cruz\*, C. Márquez-Sánchez\*, R. Silva-Ortigoza\* y C. A. Merlo-Zapata\*

\* Instituto Politécnico Nacional, CIDETEC. Área de Mecánica. Unidad Profesional  
Adolfo López Mateos. C.P. 07700, México, D. F., MÉXICO.

### Resumen

En este trabajo se presenta una descripción de los sistemas subactuados conocidos como péndulos invertidos y otros; así como algunas de sus aplicaciones.

### I. Introducción

En el estudio de los mecanismos se ha puesto de manifiesto que su dinámica característica puede interpretarse como movimientos independientes y sincronizados de cada uno de sus elementos. Tales movimientos pueden ser generados por la acción de un actuador, conocida como actuación directa, o bien por otros elementos a los que se encuentren interconectados, llamada actuación indirecta. En mecánica, a estos movimientos se les conoce como grados de libertad. Por tanto los mecanismos, debido al número de grados de libertad y de actuadores que poseen, se pueden clasificar en dos tipos: sistemas mecánicos completamente actuados y sistemas mecánicos subactuados. Los primeros son aquellos que poseen igual número de actuadores que de grados de libertad; mientras que los segundos poseen menor número de actuadores que de grados de libertad.

En las últimas décadas ha surgido un fuerte interés, por parte de investigadores del área de ingeniería de control, en los sistemas mecánicos subactuados. Este interés es debido a las ventajas que dichos sistemas pueden ofrecer en lo relativo al ahorro de energía y esfuerzos de control, puesto que se pretende que los sistemas subactuados realicen las mismas tareas que los sistemas mecánicos completamente actuados, pero haciendo frente a los problemas de control que conlleva un sistema con menor número de actuadores que grados de libertad. Así, el control de los sistemas mecánicos subactuados es un campo activo de investigación debido a su amplia gama de aplicaciones en robótica, aeroespacial y vehículos marinos [1].

### II. Péndulos invertidos

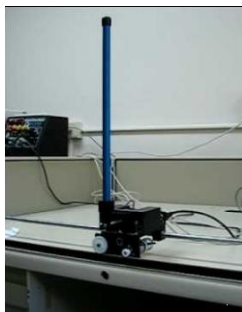
Algunos de los sistemas mecánicos subactuados más conocidos son los péndulos invertidos, los cuales representan un excelente punto de referencia para muchos problemas de control [2], tales como:

- Modelado
- Identificación de parámetros.
- Control de posición y velocidad.
- Control no lineal.
- Compensación por fricción.
- Análisis del ciclo límite.
- Control híbrido (Balance del péndulo y swing-up).

Básicamente existen dos versiones diferentes de péndulos invertidos, dependiendo del tipo de mecanismo que los mueve [3]:

1. Péndulo con movimiento lineal sobre un carro.
2. Péndulo con movimiento giratorio.

El primero, mostrado en la Figura 1(a), corresponde a la estructura convencional de un péndulo invertido. Este consiste en un carro, que corre sobre un riel horizontal, y un péndulo que posee desplazamiento angular en el plano vertical conectado de uno de sus extremos al carro. En este tipo de sistema el péndulo tiene una limitante de movimiento, considerada como una restricción de control. El segundo, mostrado en la Figura 1(b), es comúnmente conocido como el péndulo de Furuta, debido a que fue el profesor K. Furuta, adscrito al Tokio Institute of Technology, quien lo inventó. Tal mecanismo está formado por dos eslabones, uno llamado brazo y otro péndulo, y dos articulaciones rotacionales. En uno de los extremos del brazo se encuentra unido un actuador (motor), el cual le imprime un movimiento angular sobre el plano horizontal. En el extremo libre del brazo se encuentra conectado el péndulo a través de una articulación que puede girar libremente y permite la rotación de este último en el plano vertical.



(a) Péndulo invertido sobre carro (Fuente [4]).



(b) Péndulo de Furuta (Fuente [5]).

Figura 1. Péndulos invertidos.

Otros ejemplos de sistemas mecánicos subactuados son el péndulo con rueda inercial, el sistema viga-bola y el robot planar de uniones elásticas. El péndulo con rueda inercial, puede verse en la Figura 2(a), se describe como una varilla utilizada como péndulo, la cual en el extremo libre tiene una rueda giratoria, que a su vez se encuentra unida al eje de un motor de corriente directa. Este motor es el que imprime sobre la rueda giratoria movimiento angular, provocando que la varilla se balancee sobre el pivote [2]. El sistema viga-bola, mostrado en la Figura 2(b), consiste de una viga que tiene un canal dentro del cual rueda un balón o bola. La inclinación de la varilla puede ser modificada a través de un motor de corriente directa y esta inclinación provoca el movimiento del balón por efecto de la gravedad [6]. El robot planar de uniones elásticas o flexibles, mostrado en la Figura 2(c), consiste en un brazo con dos eslabones que se mueven en un plano horizontal perpendicular a la fuerza de gravedad. El primer eslabón está unido a un eje que rota libremente debido a la aplicación directa de un par; mientras que un segundo eslabón se encuentra unido al extremo libre del primer eslabón, mediante una unión elástica como bien puede ser un resorte.



(a) Péndulo con rueda inercial (Fuente [7]).



(b) Sistema viga-bola (Fuente [7]).



(c) Robot planar de uniones Elásticas (Fuente [8]).

Figura 2. Otros sistemas mecánicos subactuados.

La característica, que comparten los mecanismos antes descritos, de sólo poseer un actuador y tener la capacidad de realizar diferentes movimientos, es precisamente la que los define como sistemas mecánicos subactuados. Es por este hecho que las existentes técnicas de control desarrolladas para robots manipuladores completamente actuados no pueden ser directamente aplicadas para el control de los sistemas mecánicos subactuados, lo cual ha permitido que estos sistemas tengan variadas aplicaciones, de las cuales se describirán las más relevantes a continuación.

### III. Aplicaciones

Muchos sistemas de control que se pueden observar en la vida real, tales como: robots móviles, robots caminantes, robots nadadores, cohetes espaciales, satélites, aviones

de despegue vertical, helicópteros, proyectiles, vehículos submarinos, barcos, buques de superficie, etc., son ejemplos de sistemas mecánicos subactuados [1]; cuyo control está fuertemente ligado al sector industrial, puesto que han ayudado considerablemente a la mejora de la calidad de los productos fabricados, al aumento de la eficiencia de los procesos, a la minimización del consumo de energía, entre otros; convirtiéndose la ingeniería de control en una parte medular para el avance de la ingeniería y la ciencia [9].

Respecto a los péndulos invertidos se pueden encontrar diversos ejemplos de aplicaciones en sectores como: aeroespacial, biomecánica y transporte [2]. Por ejemplo, en Aeroespacial se requiere el control activo de un cohete para mantenerlo en la posición vertical invertida durante su despegue (ver Figura 3). Aquí, el ángulo de inclinación del cohete es controlado por medio de la variación del ángulo de la aplicación de la fuerza de empuje, colocada en la base de dicho cohete.



Figura 3. Cohete espacial (Fuente [10]).

En Biomecánica el péndulo invertido es frecuentemente utilizado para modelar bípedos caminantes, tal como el robot humanoide Asimo de Honda mostrado en la Figura 4. En los robots bípedos la pierna de apoyo en contacto con el suelo a menudo se modela como un péndulo invertido, mientras que la pierna en movimiento se comporta como un péndulo que oscila libremente, suspendido de la cadera del humanoide.



Figura 4. Robot bípedo humanoide Asimo de Honda (Fuente [11]).

Finalmente, en la Figura 5 se puede ver un segway human transporter, el cual es un péndulo invertido, cuyo control está basado en entradas sensoriales de giroscopios montados en la base del segway y un sistema de control por computadora que mantiene el balance mientras las personas se pasean sobre el vehículo.



Figura 5. Segway human transporter (Fuente [12]).

Así como los ejemplos mostrados anteriormente existen muchos otros asociados con las aplicaciones de los péndulos invertidos, entre los que se encuentran la estabilización de grúas, la estabilización del balanceo de barcos y automóviles/camiones, el posicionamiento de un satélite, etc. Por tanto, un estudio de los sistemas de péndulo invertido es un excelente punto de partida para comprender los problemas en dinámica y el control no lineales.

#### IV. Conclusiones

En este trabajo se ha presentado la descripción de los sistemas mecánicos subactuados: péndulo invertido sobre un carro, péndulo de Furuta, péndulo con rueda inercial, sistema de viga-bola y robot planar de uniones elásticas, haciendo énfasis en las aplicaciones industriales y científicas de los sistemas de tipo péndulo invertido y resaltando la importancia del estudio de tales sistemas.

#### Referencias

- [1] J. Á. Acosta, "Furuta's Pendulum: A Conservative Nonlinear Model for Theory validation and Practise," Math. Probl. Eng., vol. 2010, pp. 1-29, 2010.
- [2] D. J. Block, K. J. Åström, and M. W. Spong, The Reaction Wheel Pendulum, 1st ed., vol. 1, M. W. Spong, Ed. Morgan & Claypool, 2007, p. 112.

- 
- [3] D. Pagano, L. Pizarro, and J. Aracil, "Local bifurcation analysis in the Furuta Pendulum via normal forms," *Int. J. Bifurcation Chaos*, vol. 10, no. 5, pp. 981-995, May. 2000.
- [4] Disponible en: <http://i1.ytimg.com/vi/f4kOPxpRGrk/hqdefault.jpg>. Consultado en Noviembre de 2013.
- [5] Disponible en: <http://img.youtube.com/vi/f4kOPxpRGrk/0.jpg>. Consultado en Noviembre de 2013.
- [6] V. M. Hernández-Guzmán, R. Silva-Ortigoza y R. V. Carrillo-Serrano, *Control Automático: Teoría de Diseño, Construcción de Prototipos, Modelado, Identificación y Pruebas Experimentales*, Colección, CIDETEC-IPN, México, DF, México, 2013. [En línea]. Disponible en: <http://controlautomatico.com.mx/>. Consultado en Noviembre de 2013.
- [7] Disponible en: <http://controlautomatico.com.mx>. Consultada en Noviembre de 2013.
- [8] Disponible en:  
[http://www.coeppcontrollab.com/uploads/1/8/6/2/18626514/6644285\\_orig.pg?3699](http://www.coeppcontrollab.com/uploads/1/8/6/2/18626514/6644285_orig.pg?3699).  
Consultada en Noviembre de 2013.
- [9] K. Ogata, *Modern Control Engineering*. New Jersey: Prentice Hall, 2002, p. 964.
- [10] Disponible en:  
[http://periodicodigital.com.mx/images/r=1&width=550&image=/media/images/2013/julio/internacional/02/cohete\\_ruso\\_internet.jpg](http://periodicodigital.com.mx/images/r=1&width=550&image=/media/images/2013/julio/internacional/02/cohete_ruso_internet.jpg)
- [11] Disponible en:  
[http://www.bubblews.com/assets/images/news/341708936\\_1382156135.jpg](http://www.bubblews.com/assets/images/news/341708936_1382156135.jpg)
- [12] Disponible en:  
[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/7e/Segway\\_\(2010\)-01-2.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/7e/Segway_(2010)-01-2.jpg)