

CONTROL DIGITAL: PID DISCRETO PROGRAMABLE

*Jesús Ramírez Morales
Ramón Silva Ortigoza
Hind Taud
Alfredo Roldán Caballero
Salvador Tavera Mosqueda
Cristofer Mateo Rodríguez López*

*Instituto Politécnico Nacional
CIDETEC Área de Mecatrónica*

Resumen

Sin lugar a duda, el controlador más usado desde nivel didáctico hasta en aplicaciones industriales es el control Proporcional Integral Derivativo (PID); en particular, en las distintas áreas de la industria donde el control automático es requerido se utiliza este controlador para la regulación de temperatura, flujo, presión, nivel, entre otras variables. Sin embargo, debido a la naturaleza analógica de las primeras implementaciones de este tipo de controlador, surgieron diversas desventajas en comparación con soluciones más actuales. No obstante, el controlador PID se mantiene como la alternativa estándar dado que se trata de la estrategia de control más estudiada y utilizada; incluso, gracias al avance tecnológico, todos los controladores PID actuales están basados en tecnología digital. Tomando a consideración la expresión anterior, este trabajo se dispone a proponer una implementación de un PID digital mediante un microcontrolador. De igual forma se presenta una aplicación del prototipo para el control de una planta de prueba.

1. Introducción

Los primeros intentos de controlar un sistema físico surgen con el deseo humano de emplear los materiales y las fuerzas para cumplir propósitos determinados. Bajo este contexto, las primeras ejemplificaciones de lo anterior lo vemos en relojes mecánicos y en molinos de viento. Actualmente, las plantas industriales modernas poseen sistemas de control electrónicos sofisticados que son cruciales para su correcta operación.

En lo que respecta al controlador PID, se trata del método más común, estudiado e implementado en lo que respecta a la ingeniería de control. Sin embargo, las primeras implementaciones del mismo demostraron desventajas derivadas de su naturaleza analógica; esto se debe a que los componentes neumáticos, hidráulicos y eléctricos tienen limitaciones físicas. A pesar de ello, el controlador PID ha ido evolucionando a la par de la tecnología; gracias al desarrollo de los microprocesadores, este controlador ahora se puede encontrar en forma de circuitos digitales, embebido en equipos de automatización electrónicos, en computadoras dedicadas y en microcontroladores. Incluso, la digitalización del PID ha permitido la adición de características y aplicaciones específicas como la autosintonización, el control adaptativo y control por ganancia programada. En este artículo se describe

la implementación de un controlador PID Discreto mediante una plataforma digital tal como un microcontrolador; misma que se valida en una planta de prueba de tercer orden. El trabajo se organiza como sigue: en la sección 2 se presenta la dinámica del controlador PID en tiempo discreto, en la sección 3 se obtienen las operaciones matemáticas programables en forma secuencial, la sección 4 valida el funcionamiento del controlador mediante la implementación en un sistema de tercer orden; finalmente, las conclusiones son presentadas en la sección 5.

2. Descripción del controlador PID Discreto

En el dominio del tiempo, la dinámica de un controlador PID continuo está descrita por la siguiente ecuación integro-diferencial:

$$m(t) = K \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{d}{dt} e(t) \right] \quad (1)$$

En contraste, para la implementación de un controlador digital, el comportamiento de todo el sistema debe ser procesado de forma discreta; esto se debe a que la adquisición de la señal de entrada se realiza mediante la toma de muestras espaciadas un determinado tiempo T (periodo de muestreo). De igual forma, el procesamiento del error, así como los cálculos del control dependen de T para que la acción de control pueda manipular la variable de interés. En consecuencia, es necesario abordar el problema desde otra perspectiva; es decir, conocer la dinámica del control en tiempo discreto. Considerando lo anterior, una aproximación del PID dependiente de un muestreo periódico T es la siguiente:

$$m(kT) = K \left[e(kT) + \frac{T}{T_i} \left[\frac{e(0) + e(T)}{2} + \frac{e(T) + e(2T)}{2} + \dots + \frac{e((k-1)T) + e(kT)}{2} \right] + T_d \frac{e(kT) - e((k-1)T)}{T} \right] \quad (2)$$

$$= K \left[e(kT) + \frac{T}{T_i} \sum_{h=1}^k \frac{e((h-1)T) + e(hT)}{2} + \frac{T_d}{T} [e(kT) - e((k-1)T)] \right] \quad (3)$$

donde el término integral está dado por una transformación bilineal (*Método de Tustin*), considerándolo como una sumatoria trapezoidal; por otro lado, el término derivativo está dado por la diferencia de dos puntos.

Ante todo, con el objetivo de reducir y sintetizar la expresión del controlador PID discreto, se recurre a la transformada z . En primera instancia y, en lo que respecta al término integral, se define:

$$\frac{e((h-1)T) + e(hT)}{2} = f(ht) \quad (4)$$

con $f(0) = 0$. Entonces:

$$\sum_{h=1}^k \frac{e((h-1)T) + e(hT)}{2} = \sum_{h=1}^k f(ht) \quad (5)$$

Por consiguiente, la transformada z de esta función está dada por:

$$\mathbf{z} \left[\sum_{h=1}^k \frac{e((h-1)T) + e(hT)}{2} \right] = \mathbf{z} \left[\sum_{h=1}^k f(ht) \right] = \frac{1}{1-z^{-1}} [F(z) - F(0)] = \frac{1}{1-z^{-1}} F(z) \quad (6)$$

Por otro lado,

$$F(z) = \mathbf{Z}[f(ht)] = \frac{1+z^{-1}}{2} E(z) \quad (7)$$

En consecuencia, la transformada z del término integral está dada por,

$$\mathbf{z} \left[\sum_{h=1}^k \frac{e((h-1)T) + e(hT)}{2} \right] = \frac{1}{2} \left(\frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} \right) E(z) \quad (8)$$

Finalmente, el controlador PID discreto en el dominio de z está dado por:

$$M(z) = K \left[1 + \frac{T}{2T_i} \left(\frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} \right) + \frac{T_d}{T} (1-z^{-1}) \right] E(z) \quad (9)$$

$$= K \left[1 - \frac{T}{2T_i} + \frac{T}{T_i} \frac{1}{(1-z^{-1})} + \frac{T_d}{T} (1-z^{-1}) \right] E(z) \quad (10)$$

$$M(z) = \left[K_P + K_i \frac{1}{1-z^{-1}} + K_d (1-z^{-1}) \right] E(z) \quad (11)$$

donde las ganancias en tiempo discreto están definidas como:

$$K_P = K - K \frac{T}{2T_i} = K - \frac{K_i}{2} \quad (12)$$

$$K_i = K \frac{T}{T_i} \quad (13)$$

$$K_d = K \frac{T_d}{T} \quad (14)$$

3. Controlador PID discreto en forma de operaciones secuenciales

Una vez sintetizado el comportamiento del controlador de forma discreta mediante la transformada z , se procede a aplicar el proceso inverso. Esto se realiza con el propósito de obtener las operaciones matemáticas que serán programadas en

el microcontrolador de forma secuencial. Primero, se procede a expresar el PID como un cociente de dos polinomios en z . Esto es:

$$\frac{M(z)}{E(z)} = \left[K_p + K_i \frac{1}{1 - z^{-1}} + K_d(1 - z^{-1}) \right] \quad (15)$$

$$= \left[\frac{K_p(1 - z^{-1}) + K_i + K_d(1 - z^{-1})(1 - z^{-1})}{(1 - z^{-1})} \right] \quad (16)$$

$$= \left[\frac{(K_p + K_i + K_d) - (K_p + 2K_d)z^{-1} + K_dz^{-2}}{(1 - z^{-1})} \right] \quad (17)$$

$$= \left[\frac{K_1 - K_2z^{-1} + K_3z^{-2}}{(1 - z^{-1})} \right] \quad (18)$$

donde K_1 , K_2 y K_3 están definidas por:

$$K_1 = K_p + K_i + K_d \quad (19)$$

$$K_2 = K_p + 2K_d \quad (20)$$

$$K_3 = K_d \quad (21)$$

Ahora, se obtiene la transformación inversa mediante la generación del Gráfico de Flujo de Señal del cociente anterior; esto se puede ver en la Figura 1:

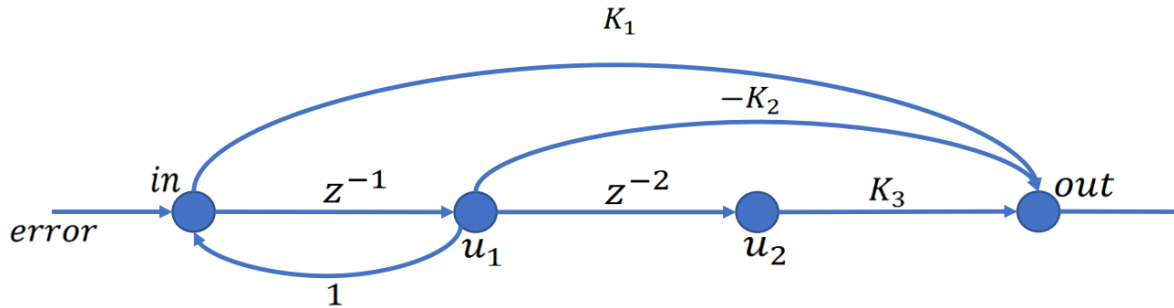


Figura 1. Gráfico de Flujo de Señal del PID.

Acto seguido, examinando el diagrama resultante, se pueden obtener las operaciones a incluir en el código fuente del microcontrolador; esto es:

$$in = error + u_1 \quad (22)$$

$$out = K_1 in - K_2 u_1 + K_3 u_2 \quad (23)$$

Los estados u_1 y u_2 dependen de z^{-1} y z^{-2} respectivamente; es decir, de acuerdo con el Teorema de Corrimiento, u_1 y u_2 corresponden al valor de la entrada en periodos

anteriores ($in((k - 1)T)$ e $in((k - 2)T)$ respectivamente). En este sentido, la inserción de u_1 y u_2 en el código viene después de las ecuaciones anteriores, y están definidas en el orden siguiente:

$$u_2 = u_1 \quad (24)$$

$$u_1 = in \quad (25)$$

4. Implementación del Controlador PID Discreto

Para validar el funcionamiento del controlador PID Discreto, el control se implementó sobre una planta de prueba cuya función de transferencia está dada por:

$$G(s) = \left(\frac{425.144}{(s + 4.5455)(s + 9.6712)(s + 9.6712)} \right) \quad (26)$$

La respuesta al escalón de este sistema se puede observar en la Figura 2.

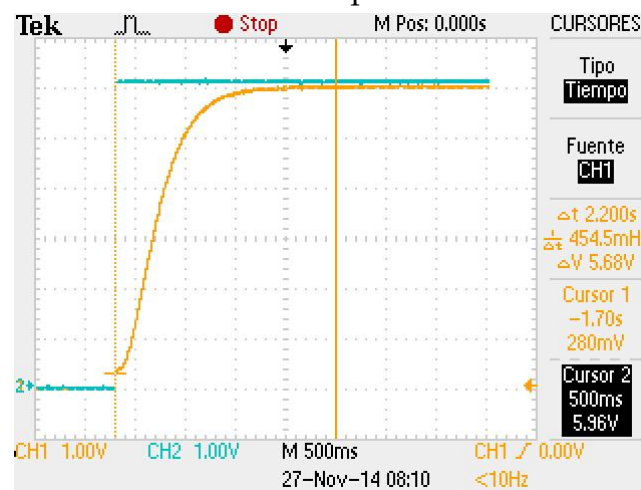


Figura 2. Sistema en lazo abierto - Respuesta al escalón.

El controlador PID se sintoniza de forma heurística, seleccionando $K = 1.63$, $t_i = 0.43$ y $t_d = 0.0015$. Por otra parte, el microcontrolador se ajustó para trabajar a un tiempo de muestreo de 10 ms. La implementación del controlador en el sistema se puede observar en Figura 3.

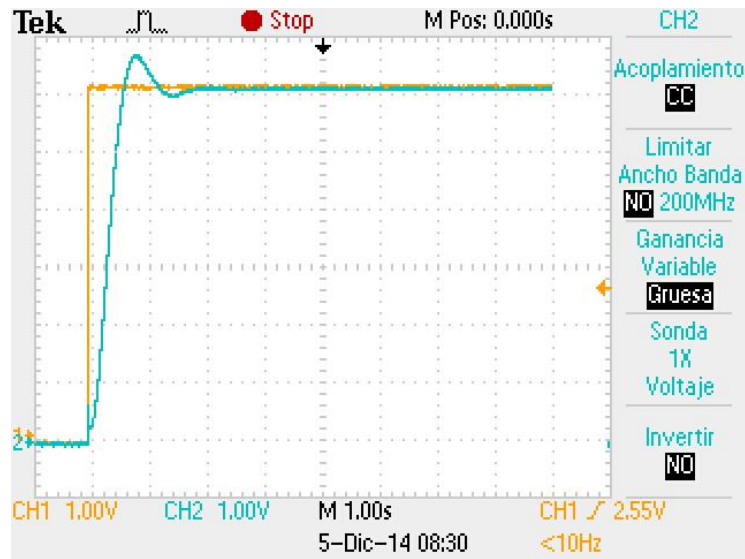


Figura 3. Sistema con control PID Discreto en lazo cerrado.

Como se observa en la Figura 3, el sistema evoluciona más rápido y alcanza el valor deseado de forma más rápida, dando validez a la implementación del PID Discreto en el microcontrolador.

5. Conclusiones

Dada las tendencias actuales en lo que respecta a la ingeniería de control, es imprescindible conocer y hacer uso de un controlador PID para manipular la dinámica de un sistema, sea a bajo o alto nivel. No obstante, la premisa de este trabajo es la de introducir una forma sencilla y factible de implementar esta estrategia de control con recursos de hardware comunes y asequibles como lo pueden ser los microcontroladores. No solo, mediante validación experimental, se demuestra el buen desempeño del sistema, sino que, gracias a la naturaleza digital de la implementación, esta se puede trasladar a otra plataforma electrónica sin ningún inconveniente. Aunado a esto, la implementación digital de un controlador PID facilita la inclusión de tecnologías y algoritmos que pueden mejorar el desempeño del control conforme a las necesidades se susciten y, más aun, da pauta a otras mejoras no disponibles por parte de tecnologías analógicas.

6. Referencias

- [1] OGATA, Katsuhiko. Sistemas de control en tiempo discreto. Pearson educación, 1996.
- [2] OGATA, Katsuhiko. Ingeniería de control moderna. Pearson Educación, 2003.
- [3] BREIJO, Eduardo García. Compilador C CCS y simulador PROTEUS para microcontroladores PIC. Marcombo, 2009.