

CALCULO DE MOMENTOS INVARIANTES GEOMÉTRICOS

Profesor Álvaro Anzuetor Ríos (aanzuetor@ipn.mx)

Instituto Politécnico Nacional, UPIITA

Academia de Biónica, Laboratorio de Biomecánica

Profesora Romina Michele Olvera Anaya (rolveraa@ipn.mx)

Instituto Politécnico Nacional, CECyT 1

Área Tecnológica, Academia de Procesos Industriales

Resumen

La obtención de los momentos geométricos, en figuras definidas no cóncavas, pueden ser empleados como vector de características o descriptores [1, 2]. Cada figura tendrá asociado un vector de características único, lo cual, permite la clasificación y/o diferenciación entre figuras. En este trabajo se realiza un comparativo con los primeros cuatro momentos invariantes de HU [3], sobre imágenes que contienen figuras geométricas. Se presenta una tabla comparativa con los vectores de características formados. Los datos extraídos pueden ser empleados como patrones de entrada en un clasificador.

Introducción

La extracción de características o descriptores de figuras es una tarea primordial en la clasificación e identificación de objetos, se considera que la geometría de una figura en una región plana (como lo es para el caso en imágenes) se basa en su tamaño, la posición, la orientación y su forma [4]. Estos parámetros pueden ser calculados y empleados para formar un vector de características. Estos vectores de características alimentan a sistemas de clasificación, como pueden ser sistemas neuronales, sistemas basados en lógica difusa, entre otros.

Si empleamos imágenes digitales que contengan figuras geométricas, cada figura estará definida por un conjunto de píxeles. Los píxeles que conformen a una figura geométrica, estarán definidos por su posición dentro de la imagen y el valor numérico del nivel de intensidad asociado, es decir, estará definida por su posición en filas y columnas, además, del valor de nivel de gris que tengan asociado. A manera de ejemplo, podemos mencionar el cálculo de dos descriptores básicos, el área y perímetro de una figura. El área, estará definida por la cantidad de píxeles que componen a la imagen, mientras que el perímetro, es asociado a la cantidad de píxeles conectados o adyacentes que conforman únicamente el límite de la figura.

Una técnica basada en descriptores de regiones es la conocida como el cálculo de “Momentos Geométricos”. Desde el punto de vista matemático, calcular el momento en un objeto es un producto punto que representa una medida de similitud entre dos vectores; dado que representa la proyección de un vector sobre el otro. Esto se puede emplear como técnica de comparación. La matemática asociada al cálculo de los momentos geométricos de figuras en imágenes, es sencilla y de fácil implementación computacional, lo cual ha llamado la atención para ser implementado en sistema de reconocimiento de patrones [5].

Momentos Invariantes de HU

Los momentos describen componentes asociadas a los objetos. En mecánica, con los momentos de la distribución espacial de la masa, se puede calcular la masa total del objeto, el centro de la masa y los momentos de inercia.

Para el cálculo de los momentos en las imágenes, se considera una distribución de datos de forma bidimensional, en donde cada dato (píxel), tendrá una posición definida y un valor de intensidad asociado. Los momentos geométricos son calculados considerando las posiciones de los píxeles que conforman la figura y proveen información del área total, las coordenadas del centro y la orientación del objeto. Estos parámetros son usados para construir vectores de características, que bajo lo planteado por HU en [3], son invariantes a traslación, rotación y cambio de escala en las figuras.

En su forma continua los momentos son expresados matemáticamente por la ecuación 1.

$M_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^p y^q f(x, y) dx dy$	(1)
--	-----

En su forma discreta pueden ser expresados por dos sumatorias, como se indica en la ecuación 2.

$m_{pq} = \sum_{x=0}^{\infty} \sum_{y=0}^{\infty} x^p y^q f(x, y)$	(2)
--	-----

De donde el parámetro x es asociado a la posición en columnas y el parámetro y a las filas. El valor de intensidad del píxel o su nivel de gris, está definido por $f(x, y)$.

En términos relacionados al cálculo de los momentos, se define al orden del momento como la suma de los valores de los coeficientes p y q , es decir, cuando se menciona que se calcula el momento de orden cero, este corresponde a $p = 0$ y $q = 0$; ($p + q = 0$).

El momento de orden cero es equivalente a obtener el valor de área de una figura para una imagen binaria, ya que en él se considera únicamente los píxeles que conforman a una figura.

Como ya se ha mencionado, los momentos son invariantes a la traslación, para poder lograr esta invarianza, es necesario obtener los momentos centrales, y se denominan de esta manera debido a que; para su cálculo se consideran las coordenadas del centro de masa del objeto. Los momentos centrales están definidos por la ecuación 3.

$\mu_{pq} = \sum_{x=0}^{\infty} \sum_{y=0}^{\infty} (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x, y)$	(3)
--	-----

De la ecuación 3, observamos el parámetro \bar{x} y \bar{y} , que representan las coordenadas del centro de masa de la figura; sus valores se obtienen empleando la ecuación 4 y 5, respectivamente.

$\bar{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}}$	(4)	$\bar{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}}$	(5)
-----------------------------------	-----	-----------------------------------	-----

Para lograr la invarianza en el tamaño es necesario normalizar los valores de los momentos. La normalización de los momentos con base a su coordenada central se logra aplicando la ecuación la ecuación 6. Esto es conocido como momento central normalizado.

$\eta_{pq} = \frac{\mu_{pq}}{\mu_{00}^\gamma} \text{ para una } \gamma = \frac{p+q}{2} + 1$	(6)
---	-----

Para lograr la invarianza a la rotación es necesario conocer el ángulo de rotación del objeto de interés; Ming Kuei Hu en [10] propone la ecuación 7 para determinar el ángulo de rotación.

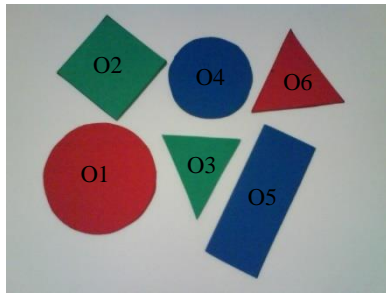
$\theta = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2 \frac{\mu_{11}}{\mu_{00}}}{\frac{\mu_{20}}{\mu_{00}} - \frac{\mu_{02}}{\mu_{00}}} \right)$	(7)
---	-----

Basándose en la ecuación 7, Hu propone un conjunto de 7 ecuaciones (ecuación 8 a la 14) invariantes a la traslación, cambio de escala (cambio de tamaño) y rotación. Al obtener el valor numérico de cada una de las ecuaciones propuestas por HU, se formará un vector de características que describen a cada figura en particular, este vector puede alimentar a un clasificador para buscar similitudes entre objetos.

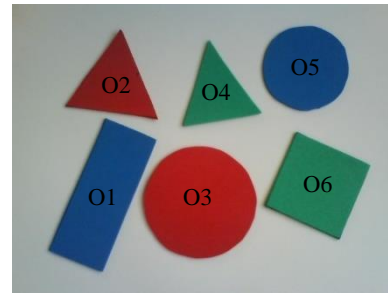
$\phi_1 = \eta_{20} + \eta_{02}$	(8)
$\phi_2 = (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + 4\eta_{11}^2$	(9)
$\phi_3 = (\eta_{30} - 3\eta_{12})^2 + (3\eta_{21} - \eta_{03})^2$	(10)
$\phi_4 = (\eta_{30} + \eta_{12})^2 + (\eta_{21} + \eta_{03})^2$	(11)
$\phi_5 = (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] + (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} - \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2]$	(12)
$\phi_6 = (\eta_{20} - \eta_{02})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2] + 4\eta_{11}(\eta_{30} + \eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03})$	(13)
$\phi_7 = (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] + (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} - \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2]$	(14)

Resultados

Para determinar lo eficaces que son los momentos invariantes de HU, se propuso aplicarlos a las imágenes presentadas en la Figura 1. En la imagen Figura 1(a) se tiene un conjunto de 6 objetos, dos círculos, dos triángulos, un cuadrado y un rectángulo. En la imagen Figura 1(b), nuevamente se contemplan las figuras de la imagen anterior, únicamente se varió en posición y fueron rotadas. La tabla 1, muestra los valores obtenidos de los tres primeros momentos invariantes de HU. Los datos muestran la invarianza en el tamaño; la invarianza del tamaño es ejemplificada con los objetos circulares. En los triángulos se ha aplicado una rotación y aun con esto mantiene congruencia en sus valores numéricos. Finalmente, todas las figuras en ambas imágenes se han cambiado de posición para verificar la invarianza en la traslación o desplazamiento.



(a) objetos geométricos



(b) objetos con una nueva disposición.

Figura 1. Objetos geométricos.

Tabla 1. Valores de los primeros tres momentos invariantes de HU para los objetos de las imágenes de Figura 1			
	$\phi_1 =$	$\phi_2 =$	$\phi_3 =$
O1(a)	0.15926365	0.00002921	0.00000042
O2(a)	0.16693149	0.00006115	0.00000021
O3(a)	0.19774249	0.00134109	0.00504917
O4(a)	0.15922668	0.00000988	0.00000004
O5(a)	0.23821137	0.02900379	0.00000204
O6(a)	0.19298708	0.00003313	0.00463736
O1(b)	0.24011383	0.02992814	0.00001071
O2(b)	0.19244762	0.00007140	0.00452842
O3(b)	0.15919671	0.00000833	0.00000007
O4(b)	0.19635508	0.00114276	0.00484736
O5(b)	0.15929537	0.00003049	0.00000014
O6(b)	0.16663479	0.00001617	0.00000065

Conclusiones

Los valores reportados en la sección de resultados, demuestran que los momentos Invariantes de HU, pueden ser empleados para clasificar objetos diferentes y agrupar los de características similares. Si bien, los objetos de prueba son simples en su forma, es una buena práctica aplicar la matemática expresada en este trabajo en figuras más complejas.

Referencias

- [1] R. C. Gonzalez, R. E. Woods, "Digital Image Processing", second edition, Pearson Education, ISBN: 81-7808-629-8, 2010.

- [2] J. Flusser, "On the Independence of Rotation Moment Invariants", Pattern Recognition, vol. 33, pp. 1405–1410, 2000.

- [3] M. K. Hu, "Visual Pattern Recognition by Moment Invariants", IRE Trans. Info. Theory, vol. IT-8, pp.179–187, 1962.

- [4] Z. Huang, J. Leng, "Analysis of Hu's Moment Invariants on Image Scaling and Rotation", Edith Cowan University, Research Online, 2nd International Conference on Computer Engineering and Technology, 2010.

- [5] M. Mercimek, K. Gulez, "Real object recognition using moment invariants", SADHANA, Vol. 30, Part 6, pp. 765–775, December 2005.