

ABERRACIONES DE SEIDEL AFECTANDO A UN FRENTE DE ONDA ESFÉRICO

Magdalena Marciano Melchor¹, Ramón Silva Ortigoza¹, Divakara Mayya²

¹CIDETEC-IPN, Departamento de Posgrado, Unidad Profesional Adolfo López Mateos, C.P. 07700, México, D.F., México.

mmarciano@ipn.mx, rsilva@ipn.mx

²Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, Luis Enrique Erro, C.P. 72840, Puebla, México.

ydm@inaoep.mx

Resumen

Se presenta el estudio analítico y geométrico de las aberraciones de Seidel afectando a un frente de onda esférico en un sistema óptico simétrico. Utilizando óptica geométrica y fundamentos matemáticos, se obtiene de forma aproximada la representación geométrica de la deformación producida por la combinación lineal de las cinco aberraciones de Seidel: aberración esférica, coma, astigmatismo, curvatura de campo y distorsión. Los resultados, aunque teóricos, son aplicables a frentes de onda y sistemas ópticos no simétricos, con el propósito de encontrar la mejor imagen formada por un sistema óptico.

Palabras Clave: Aberraciones de Seidel, Frente de Onda Esférico, Óptica Geométrica, Función de Aberración, Coordenadas Polares, Visión Artificial.

Abstract

The analytical and geometric study of Seidel aberrations affecting a spherical wavefront in a symmetric optical system is presented. Using geometric optics and mathematical fundamentals, an approximate geometric representation of the deformation produced by the linear combination of the five Seidel aberrations — spherical aberration, coma, astigmatism, field curvature, and distortion — is obtained. Although theoretical, the results are applicable to wavefronts and non-symmetric optical systems, with the aim of finding the best image formed by an optical system.

Keywords: Seidel Aberrations, Spherical Wavefront, Geometric Optics, Aberration Function, Polar Coordinates, Machine Vision.

1. Introducción

La óptica geométrica tiene sus orígenes en las primeras lentes localizadas en Egipto (2600 años AC). Existen trabajos bien documentados en otros momentos y partes del mundo que hacen referencia al descubrimiento de lentes utilizadas para correcciones visuales, por ejemplo lentes encontradas en México y Perú que datan de la época prehispánica. Con los estudios realizados por físicos notables como Newton, Huyghens, Young y Maxwell, el estudio formal de la óptica geométrica se practica con la estrecha relación entre las lentes y los rayos de luz que generan las imágenes de los objetos. Así, su desarrollo ha proporcionado un panorama no solo para el estudio de las lentes, sino de sistemas ópticos sofisticados y del conocimiento de las leyes y principios físicos que rigen las imágenes que estos producen.

De este modo, podemos argumentar que la óptica geométrica tiene como objetivo describir la trayectoria de la luz en los instrumentos ópticos y dar los fundamentos para la construcción más adecuada de los mismos. En la búsqueda de la construcción de sistemas ópticos perfectos, es decir, sistemas ópticos con calidad en las imágenes, se presentó en el año de 1860 por medio de Philipp Ludwig von Seidel, matemático alemán, la primera caracterización de las deformaciones de las imágenes producidas por los componentes ópticos, tales como lentes o espejos. Las deformaciones que caracterizó Seidel, ahora referidas como **aberraciones de Seidel**, son: aberración esférica, coma, astigmatismo, curvatura de campo y distorsión; estas

han sido abordadas desde el punto de vista físico y médico, llegando a establecer criterios de solución para cada una de ellas.

Sin embargo, en este trabajo planteamos que en la necesidad de encontrar la mejor imagen formada por un sistema óptico, se obtendrían mayores resultados si conjuntamos las aberraciones; apoyados en la teoría de la óptica geométrica, considerando que la evaluación de las imágenes está basada de forma conveniente en términos de las aberraciones del frente de onda que produce el sistema. Cabe aclarar que este trabajo forma parte de un proyecto que conlleva a la necesidad de encontrar la mejor imagen producida por un sistema óptico con miras a la contribución en el campo de la visión artificial. En esta ocasión deseamos expresar de forma analítica la deformación de un frente de onda esférico afectado por las aberraciones de Seidel en un sistema óptico simétrico y mostrar la representación geométrica de esa deformación.

2. Condiciones y planteamiento del problema

Para comenzar, consideremos dentro de la óptica geométrica un caso particular: la existencia de un sistema óptico con el eje coordenado Z (véase figura 1), donde (ξ, η) son las coordenadas de la fuente puntual del plano objeto, y el punto con coordenadas (x_0, y_0, z_0) se encuentra sobre el frente de onda esférico. A $\Delta(x_0, y_0)$ se le conoce como *función de aberración*, que para este trabajo consideraremos como la diferencia entre el frente de onda real y el frente de onda esférico.

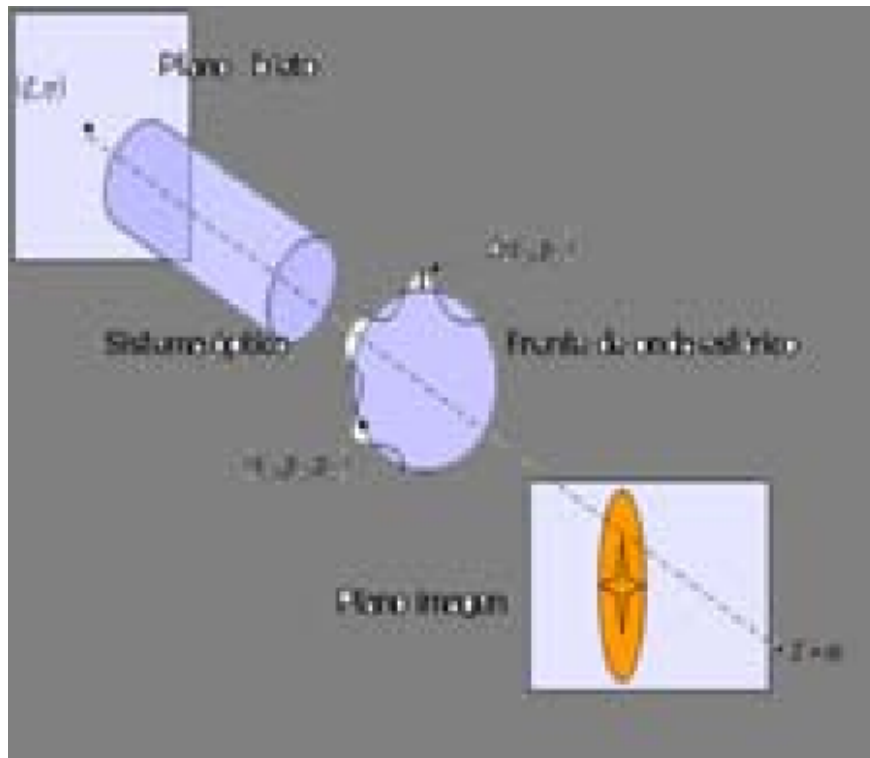


Figura 1 Sistema óptico simétrico.

Consideremos las ecuaciones que dentro del límite de la óptica geométrica y en la mayoría de las aplicaciones se asumen:

$$|\Delta(x_0, y_0)| \ll R_0, \quad z_0 \cong -R_0, \quad \frac{z_0}{R_0} \ll 1 \quad (1)$$

donde R_0 es el radio del frente de onda esférico que debe cumplir con tales aproximaciones.

Las expresiones del mapeo que representa la evolución del frente de onda aberrado utilizan las ecuacio-

nes (1) para encontrar que el frente de onda estará deformado como:

$$\begin{aligned} x(x_0, y_0, z) &= \frac{z x_0}{z_0} + R_0 \frac{\partial \Delta(x_0, y_0)}{\partial x_0} \\ y(x_0, y_0, z) &= \frac{z y_0}{z_0} + R_0 \frac{\partial \Delta(x_0, y_0)}{\partial y_0} \\ z(x_0, y_0, z) &= z \end{aligned} \tag{2}$$

Para nuestro caso es conveniente trabajar con las coordenadas polares (ρ, ψ) en lugar de las coordenadas cartesianas (x_0, y_0) . De esta manera la evolución del frente de onda aberrado que vamos a representar geoméricamente es:

$$\begin{aligned} x(\rho, \psi, z) &= -\frac{z}{R_0} [\rho \sin \psi + R_0 (2C_1 \rho^3 + C_2 \rho \cos \psi + C_4 \rho)] \\ y(\rho, \psi, z) &= -\frac{z}{R_0} [\rho \cos \psi + R_0 ((2C_1 \rho^3 + C_3 \rho + C_4 \rho) \cos \psi + C_2 \rho^2 (2 + \cos 2\psi) + C_5)] \\ z(\rho, \psi, z) &= z \end{aligned} \tag{3}$$

donde la función de aberración tiene la siguiente expresión:

$$\Delta(\rho, \psi) = C_1 \rho^4 + C_2 \rho^3 \cos \psi + C_3 \rho^2 \cos^2 \psi + C_4 \rho^2 + C_5 \rho \cos \psi \tag{4}$$

La información contenida en la ecuación (4) está relacionada con las constantes C_1, C_2, C_3, C_4 y C_5 , conocidas como **coeficientes de aberración de Seidel** asociados con: aberración esférica, coma, astigmatismo, curvatura de campo y distorsión, respectivamente. Las coordenadas polares varían en $0 \leq \psi \leq 2\pi$ y $0 \leq \rho \leq a$, siendo a el radio de la pupila de salida del sistema óptico.

3. Resultados

Para obtener una aproximación geométrica de la deformación del frente de onda aberrado descrito por las ecuaciones (3), nos apoyamos en el programa *Mathematica*. Haciendo un comparativo, en la figura 2 se visualiza:

- **Figura 2(a):** la representación del frente de onda *no aberrado*, obtenida a partir del mapeo de las ecuaciones (2) omitiendo el contenido de la función de aberración $\Delta(x_0, y_0)$.
- **Figura 2(b):** el frente de onda *deformado* por la combinación lineal de las aberraciones de Seidel.

Sin pérdida de generalidad, se consideraron los coeficientes de aberración de Seidel como $C_i = 1$, con unidad de medida $1/m^3$, y donde el valor de a se considera $\rho = 0.124224$ y $-50 < Z < 50$.

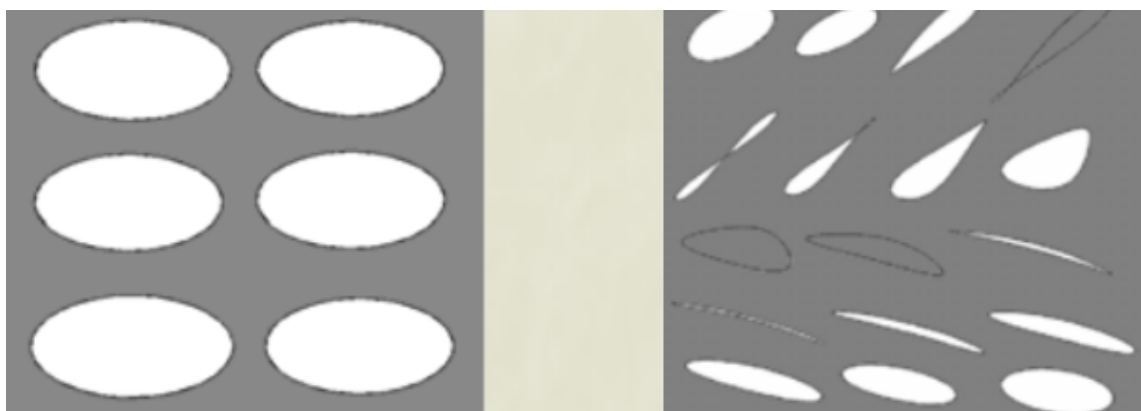


Figura 2 Frente de onda esférico no deformado (a) y deformado (b) por la combinación lineal de las aberraciones de Seidel.

La figura 3 muestra los cortes transversales correspondientes a la evolución del frente de onda, permitiendo apreciar con mayor detalle la deformación geométrica inducida por las aberraciones de Seidel.

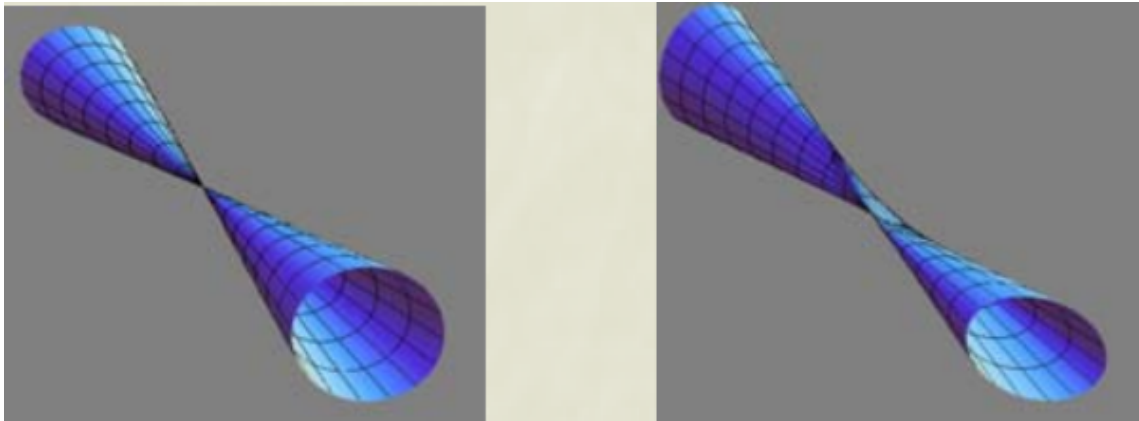


Figura 3 Cortes transversales para la evolución del frente de onda no deformado (a) y deformado (b) por la combinación lineal de las aberraciones de Seidel.

4. Conclusiones

Usualmente el tema de aberraciones ha sido tratado, como mencionamos en la introducción, por otros autores y con otros enfoques. Sin embargo, utilizando la óptica geométrica y fundamentos matemáticos, concluimos de acuerdo a los resultados de este trabajo que, para un frente de onda esférico en un sistema óptico simétrico, puede hallarse de forma aproximada la representación geométrica de la deformación que produce la combinación lineal de las deformaciones de Seidel.

Dichos resultados, a pesar de ser teóricos, consideramos que pueden ser aplicables a frentes de onda y sistemas ópticos no simétricos, con el propósito de encontrar la mejor imagen formada por un sistema óptico.

Marciano Melchor M., Silva Ortigoza R., Mayya D. (2026). *Aberraciones de Seidel Afectando a un Frente de Onda Esférico*. Boletín UPIITA. año XX, (NÚM) 2026.