

# CONTROL DE POSICIÓN CON GANANCIAS VARIABLES PARA UN ROBOT MÓVIL TIPO DIFERENCIAL

Erik Reyes Reyes, Rogelio Ernesto Garcia Chavez, Angel Adrián Orta Quintana, Ramón Silva Ortigoza, Magdalena Marciano Melchor, Benjamin Natanael Santiago Nogales

CIDETEC Laboratorio de Mecatrónica y Energías Renovables / UPIITA

Instituto Politécnico Nacional

*ereyesr2200@alumno.ipn.mx*

Reyes, E., García, R., Orta, A., Silva, R., Marciano, M. & Santiago, B. (1 de septiembre 2023). Control de posición con ganancias variables para un robot móvil tipo diferencial. Boletín UPIITA. 18 (98).

## Resumen

Un control de posición saturado con ganancias variables para un robot móvil con ruedas tipo diferencial es presentado en este trabajo. Particularmente el controlador propuesto soluciona la saturación de los motores en el robot móvil con ruedas tipo diferencial, esto se logra mediante la implementación de ganancias variables en el algoritmo. El desempeño del controlador es comparado con un control de posición sin ganancias variables. Los resultados del controlador son evaluados en simulación mediante el software Matlab.

## 1. Introducción

La vertiginosa investigación y aplicación de los robots móviles con ruedas ha propiciado que exista una diversa gama de tipos de locomociones (diferencial, Ackerman, triciclo, etc.), tipos de ruedas (omnidireccionales, esferas, convencionales, etc.) y tipos de actuadores (motor de CD, turbinas, actuadores neumáticos, etc.). Particularmente el rol de estos últimos es de vital importancia debido a que el movimiento de los robots móviles con ruedas es generado por los actuadores. En ese sentido es importante tomar en cuenta el comportamiento y las limitaciones físicas de los actuadores en los algoritmos de control y, de esta manera asegurar que el robot móvil con ruedas cumpla con un desempeño ideal en las tareas al resolver. Bajo este contexto este trabajo presenta un control de posición para un robot móvil tipo diferencial cuyas entradas de control son la velocidad lineal y angular del robot móvil, estas se construyen a su vez por las velocidades angulares generadas por los actuadores. El controlador implementa ganancias variables en su estructura. Las ganancias consideradas en este trabajo son inversamente proporcionales al error de posición, de esta manera aseguramos que los actuadores del robot móvil inicien con un arranque suave y no saturen sus límites físicos. Esto es una mejora importante ya que, a diferencia de otras técnicas como lo son controladores saturados [1], esta técnica permite un arranque progresivo esto conlleva grandes ventajas en la implementación y la administración de energía en el robot móvil de ruedas.

El trabajo se presenta de la siguiente manera: la Sección 2 describe el modelo cinemático del robot móvil tipo diferencial. La Sección 3 muestra las especificaciones para el control de posición y la estructura de las ganancias variables. La Sección 4 presenta los resultados de simulación del sistema del controlador de ganancia variables. Por último, las conclusiones son dadas en la Sección 5.

## 2. Modelo del robot móvil tipo diferencial

La locomoción diferencial en robótica móvil consiste en un robot móvil que en su estructura mecánica cuenta con dos ruedas motrices, las cuales son actuadas generalmente por motores de CD. La diferencia de velocidades entre las dos ruedas dota de movilidad al chasis del robot móvil. Una figura del robot móvil tipo diferencial se ejemplifica en la Fig. 1.

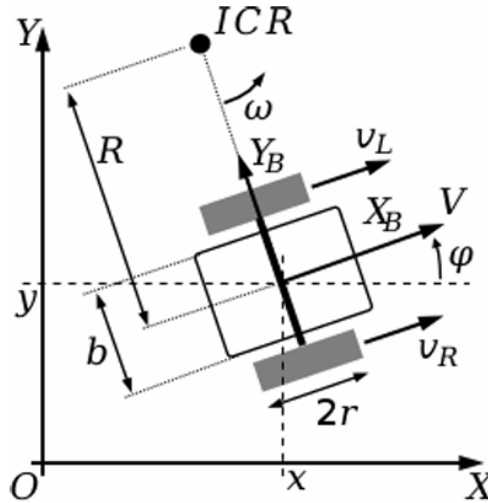


Figura 1 Robot móvil tipo diferencial.

donde  $V$  y  $\omega$  son la velocidad lineal y angular respectivamente,  $\varphi$  es el ángulo de orientación con respecto al eje  $X$ ,  $r$  es el radio de las ruedas izquierda y derecha,  $b$  es la distancia que existe entre las ruedas,  $(x, y)$  es el punto de interés del robot. Teniendo en cuenta lo anterior, el modelo cinemático del robot móvil tipo diferencial se encuentra definido como

$$\dot{x} = V \cos(\varphi), \quad \dot{y} = V \sin(\varphi), \quad \dot{\varphi} = \omega \quad (1)$$

El modelo cinemático expresado en (1), presenta un inconveniente, ya que no existe una relación de rango completo entre las entradas de control  $V$ ,  $\omega$  y las velocidades generalizadas  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$ . Para solucionar esto desplazaremos colineal al vector  $V$  el punto de interés del robot una distancia  $L$ . El nuevo punto de interés se define por las coordenadas  $(x_r, y_r)$  de esta manera se obtiene un nuevo modelo cinemático expresado sobre el nuevo punto de interés. El modelo está dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{y}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -L \sin \varphi \\ \sin \varphi & L \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ \omega \end{bmatrix} \quad (2)$$

donde la matriz expresada en la ecuación (2) es la matriz jacobiana e invertible, también es expresada por  $J$ .

### 3. Control de posición con ganancias variables para un robot móvil tipo diferencial

La tarea a resolver por el robot móvil tipo diferencial es la de control de posición, esta tarea tiene por objetivo trasladar al robot de una coordenada inicial a una coordenada meta, es decir,  $(x_r, y_r) \rightarrow (x_d, y_d)$ . Teniendo en cuenta lo anterior esta sección presenta el diseño de un control de posición con ganancias variables, para este propósito partiremos definiendo el error de posición como la resta de la coordenada meta y la coordenada del robot móvil tipo diferencial, es decir  $e = [x_r - x_d, y_r - y_d]^T$ . Una vez definido el error de posición, reescribimos (2) en términos de la derivada temporal del error de posición de la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = J^{-1}(\varphi)(-\dot{e}) \quad (3)$$

Teniendo en cuenta la ecuación (3), se propone la siguiente función candidata de Lyapunov:

$$U(e) = \frac{1}{2} e^T I e \quad (4)$$

donde  $I$  representa la matriz identidad en  $\mathbb{R}^2$ . Toda vez que (4) cumple con el criterio de Lyapunov ya que  $U(e) = e^T I e > 0$ . Se procede a derivar la expresión (4) con respecto al tiempo:

$$\dot{U}(e) = e^T \dot{e} \quad (5)$$

La ecuación (5) representa la derivada de la función de energía (potencia), para que (5) cumpla con la estabilidad en el sentido de Lyapunov, es necesario proponer  $\dot{e}$  tal que la ecuación (5) sea definida negativa. En ese sentido se propone la siguiente forma:

$$\dot{e} = -K_p(e) \quad (6)$$

donde  $K_p$  es una matriz diagonal, cuyos elementos son inversamente proporcionales al error de posición. Esto se logra mediante la consideración de la norma del vector de error de la siguiente manera:

$$K_p = \begin{bmatrix} \frac{K_{max}}{1+K_1||e||} & 0 \\ 0 & \frac{K_{max}}{1+K_2||e||} \end{bmatrix} \quad (7)$$

De esta manera, la matriz  $K_p$  es definida. Los valores de la diagonal principal valdrán  $K_{max}$  cuando el error de posición tienda a cero. Mientras que, los valores de la diagonal principal serán mayores que cero, pero menores que  $K_{max}$  cuando el valor del error de posición sea diferente de cero. Teniendo en cuenta lo anterior se sustituye (6) en (5) obteniendo:

$$\dot{U}(e) = -e^T K_p e < 0 \quad (8)$$

Como consecuencia de la expresión (8), el control de posición propuesto con ganancias variables es asintóticamente estable. Considerando la estabilidad del controlador se procede a sustituir el valor de  $\dot{e}$  definido en (6) en la ecuación (3) obteniendo:

$$\begin{bmatrix} V_r \\ \omega_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -L \sin \varphi \\ \sin \varphi & L \cos \varphi \end{bmatrix}^{-1} K_p(e) \quad (9)$$

La ecuación (9) muestra la ley de control propuesta, la cual cuenta con ganancias que varían con respecto al error de posición. Este controlador genera los perfiles de velocidad angular y lineal que debe de seguir el robot para cumplir la tarea de control de posición.

#### 4. Simulación

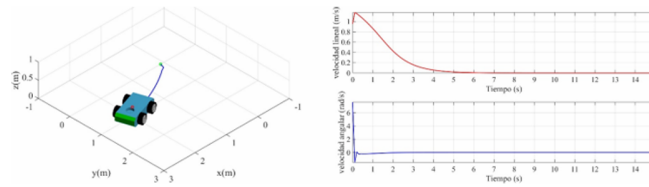
Este apartado tendrá por objetivo presentar los resultados del control propuesto en el apartado 3. Esto se logra mediante la simulación realizada en el software Matlab. Para propósitos de ejemplificar el aporte de este controlador se mostrarán dos casos de estudio, el primero, empleando el control descrito en (9), pero sin considerar ganancias variables en su estructura. Por otra parte, el segundo caso de estudio implementará el control descrito en (9) pero tomando en cuenta la estructura de ganancias variables que describe la ecuación (7). Las ganancias que se usaron en el primer caso de estudio se muestran a continuación:

$$K_1 = 1 \quad K_2 = 1$$

Las ganancias que se usaron en el segundo caso de estudio se muestran a continuación:

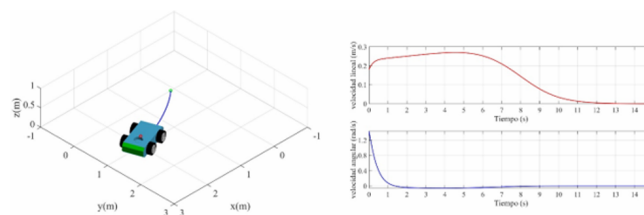
$$K_{max} = 1 \quad K_1 = K_2 = 2$$

En ese sentido los resultados de las simulaciones numéricas se muestran en la Fig. 2 y la Fig. 3. Por un lado, la Fig. 2 muestra el resultado del controlador de posición sin tomar en cuenta la estructura de ganancias variables, por consiguiente, los perfiles de las entradas de control (velocidad lineal y angular) son de una magnitud alta.



**Figura 2** Desempeño del regulador de posición sin considerar ganancias variables en Matlab.

Por otra parte, la Fig. 3. muestra los resultados del regulador cuando se toma en cuenta la estructura de las ganancias variables. Como se puede observar, las entradas de control (velocidad lineal y angular) cuentan con un perfil suave al inicio de la simulación, además no exceden magnitudes altas en sus valores. Esto conlleva una mejora en el manejo de la energía del robot móvil y protege a los actuadores de no caer en histéresis.



**Figura 3** Desempeño del regulador de posición considerando ganancias variables en Matlab.

## 5. Conclusiones

Este trabajo presentó una innovadora estructura para ganancias variables en la estructura de un regulador para un robot móvil con ruedas tipo diferencial. Tal estructura mejora el comportamiento del sistema respecto a un regulador que no hace uso de ganancias variables. Esto es funcional y útil ya que se mejora la gestión de energía del robot al tener un arranque suave.

## Referencias

1. Reyes, E., García, R., Orta, A., Silva, R., Marciano, M. & Mendoca, E. (1 de julio 2023). *Control de posición saturado para un robot móvil con ruedas tipo diferencial*. Boletín UPIITA. 18 (97). Disponible en: <https://www.boletin.upiita.ipn.mx/index.php/ciencia/1038-cyt-numero-95/2147-control-de-posicion-saturado-para-un-robot-movi>