

## IMPORTANCIA DEL RUIDO DE CUANTIFICACIÓN EN LOS CONVERTIDORES ANALÓGICO/DIGITAL

*Diego de Jesus Chavarria Ordoñez  
dchavarriao1100@alumno.ipn.mx*

*Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas-IPN*

*Sergio Garduza González  
sgarduza@ipn.mx*

*Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas-IPN*

### **Resumen**

*Los convertidores analógico/digital (CAD) son circuitos electrónicos de señal mixta, y constituyen una pieza clave al momento de realizar procesamiento de señales en el dominio digital. Por este motivo, actualmente se les puede encontrar, operando en conjunto con microcontroladores, DSP, PLDs y sensores inteligentes. Por su importancia, existe una creciente necesidad de diseñar CAD de gran resolución (mayores a 12 bits) y anchos de banda de operación del orden de los MHz, para conseguir estas prestaciones, una primera consideración de diseño está directamente relacionada con el nivel de ruido de cuantificación introducido. Este tipo de ruido es debido a la aproximación de la muestra temporal, al nivel discreto del cuantificador y una métrica de desempeño ampliamente aceptada por los fabricantes, es la razón señal a ruido de cuantificación o SQNR. En este trabajo se presenta una breve descripción analítica del ruido de cuantificación y los límites teóricos que impone a los diseñadores CAD.*

### **I. Importancia de los convertidores analógico/digital**

Un convertidor de datos puede definirse como un dispositivo electrónico capaz de convertir señales del dominio analógico al digital (ADC), o del digital al analógico (DAC) con un alto grado de integración de circuitos de señal mixta [1]. Los ADC's obtienen la información analógica, a través de sensores y su posterior acondicionamiento para luego enviar estos datos digitales a un sistema de procesamiento digital (microcontrolador, DPS o PLD). A continuación se describen algunas aplicaciones donde los CAD son fundamentales.

Aplicaciones de detección. En esta área se puede encontrar, por ejemplo, el monitoreo de la temperatura durante el proceso de la fabricación de los PCB's (Printed-Circuit Boards) o la temperatura interna de un microcontrolador, dichas señales a sensar están caracterizadas generalmente por un ancho de banda que va desde DC a kHz, lo que lleva a que dichas señales puedan requerir una digitalización de alta precisión y/o puedan coexistir con las señales no deseadas tales como la interferencia electromagnética, ruido, etc [2].

Audio digital. Esta área incluye los circuitos de audio en aplicaciones portátiles tales como, reproductores de CD y MP3, celulares, ipod's, así como aplicaciones fijas como los sistemas de alta fidelidad (HiFi) y sistemas de audio profesional.

Cuidado de la salud y ciencias de la vida. Los CAD se pueden encontrar en aplicaciones muy diversas que incluye implementaciones de nueva generación de equipos tradicionales tales como la ecografía computarizada: escáneres con CAT (Tomografía axial computarizada), rayos X, monitores de presión arterial, máquinas de ultrasonido, etc. [3, 4] Es importante que los convertidores sean de bajo consumo de energía, y cuenten con baterías de alta duración con la finalidad de tener dispositivos portátiles.

La Fig. 1 resume los requerimientos de los CAD entre ancho de banda y resolución para las aplicaciones típicas [2].

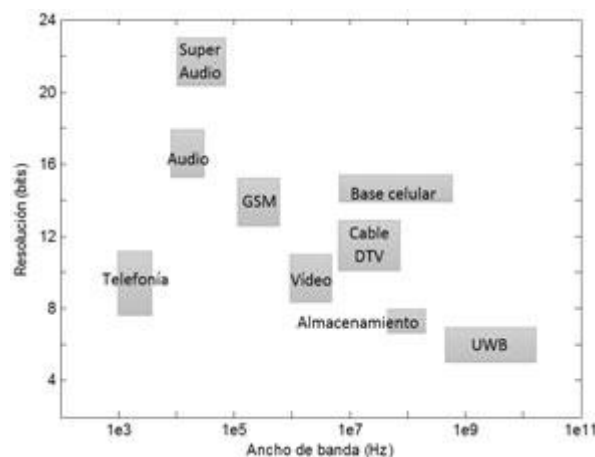


Figura 1. Requerimientos de resolución y ancho de banda de los convertidores analógico/digital en modernas aplicaciones [2]

## II. Elementos de un convertidor analógico/digital

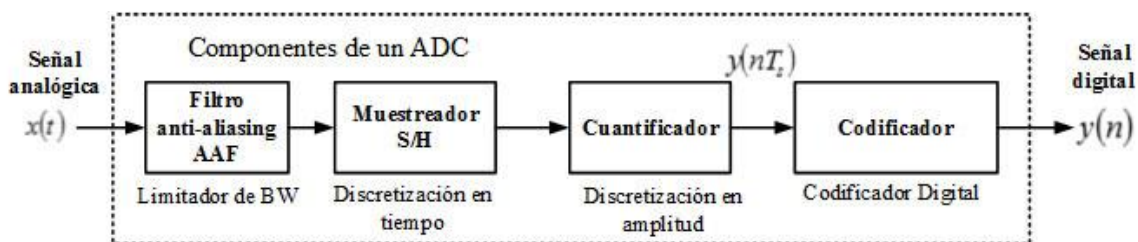


Figura 2. Componentes típicos encontrados en un ADC

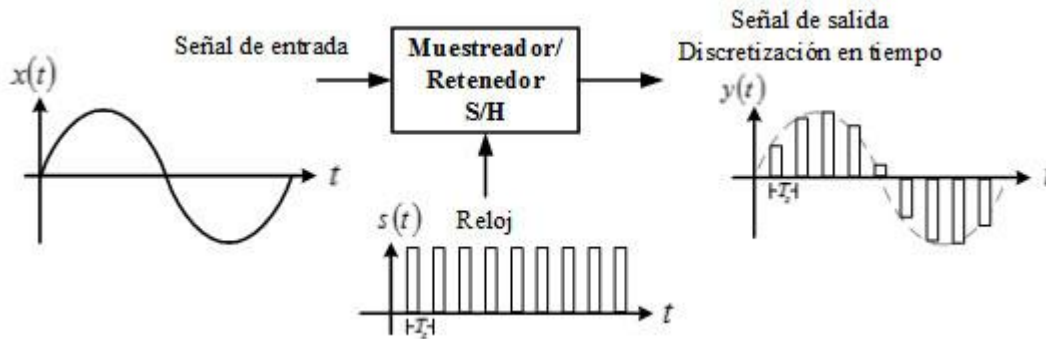


Figura 3. Proceso de discretización temporal de una señal continua

La Fig. 2 presenta los componentes de un ADC [1]. Está formado por un filtro limitador de ancho de banda (anti-aliasing), muestreador, cuantificador, y codificador. El filtro anti-aliasing es necesario para limitar el ancho de banda de la señal y así evitar, en la siguiente etapa, posibles efectos de solapamiento. El muestreador toma muestras de la señal analógica a intervalos regulares  $T_s$  de tiempo y mantiene este valor para la etapa sucesiva; en otras palabras, convierte la señal en tiempo continuo a tiempo discreto. Si  $x(t)$  representa la señal de entrada y es muestreada a una frecuencia  $1/T_s$ , se generará una secuencia  $y(nT_s)$  que representa la señal discretizada en tiempo. En seguida, el cuantificador aproxima la amplitud de cada muestra a niveles específicos, es decir, realiza una discretización de la amplitud con un correspondiente error, llamado error de cuantificación. Finalmente, el codificador asigna a este nivel discreto una representación o formato digital (binario, Gray, etc.) que facilitará su manipulación digital. Debido a que el desempeño de un CAD es fuertemente determinado por las características del muestreador y cuantificador, a continuación se detallan éstos bloques.

## 2.1 Muestreador

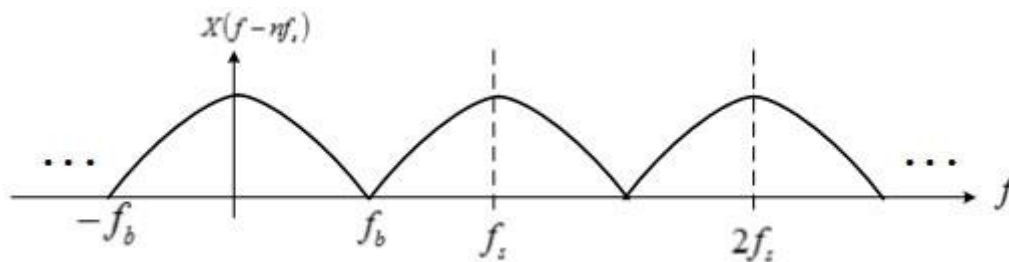


Figura 4. Espectro en frecuencia de una señal muestreada a  $f_s$

Un circuito muestreador ideal se puede representar por medio de un conmutador ideal. Tal conmutador se cierra cada vez que se aplica un impulso, pero en realidad esta señal es una secuencia de impulsos unitarios  $s(t)$  de periodo  $nT_s$ . La representación de la secuencia de impulsos unitarios se muestra en (1).

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta_u(t - nT_s)$$

El resultado es una señal muestreada  $y(t)$ , como se ve en la Fig. 3, cuyo modelo matemático es el producto de la entrada  $x(t)$  y la secuencia  $s(t)$ , como se ve en (2).

$$y(t) = x(t) \cdot s(t) = x(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta_u(t - nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t) \delta_u(t - nT_s)$$

La representación de esta señal en el dominio de la frecuencia es de mayor utilidad, así, su transformada de Fourier  $F$  se presenta en (4), y en la Fig. 4 se ve su representación gráfica o espectro en frecuencia [2]. Lo que se origina es la réplica de la señal muestreada (con ancho de banda  $2fb$ ) centrada en  $nfs$ .  $fs$  es la frecuencia de muestreo y su valor determina, junto con  $fb$ , si existirá o no traslape entre las replicadas. La Fig. 4 es una representación exacta donde  $fs = 2fb$ .

$$Y(f) = \mathfrak{F}[y(t)] = X(f) * S(f) = \frac{1}{2\pi} X(f) * \frac{2\pi}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta_u(f - nT_s)$$

$$Y(f) = \frac{1}{T_s} \sum X(f - nT_s)$$

Para reconstruir la señal, debe cumplirse (5), donde  $fb$  es la frecuencia máxima en banda base de la señal y  $fNy$  la frecuencia de muestreo de Nyquist.

$$f_{Ny} = f_s \geq 2f_b$$

## 2.2 Cuantificador

Después del muestreo, la señal es cuantificada, dicho proceso consiste en tomar la amplitud de cada muestra y trasladarla a un conjunto finito de salidas; una representación transferencial de este proceso se presenta en la Fig. 5a, donde  $xq[n]$  es la señal de entrada y  $yq[n]$  la salida de un cuantificador uniforme.

A diferencia del muestreo, el proceso de cuantificación implica una pérdida de información en amplitud, esto genera un error de cuantificación e impone serias restricciones en la recuperación de la señal, y por ende, compromete el desempeño de un CAD.

### III. Modelado del ruido de cuantificación

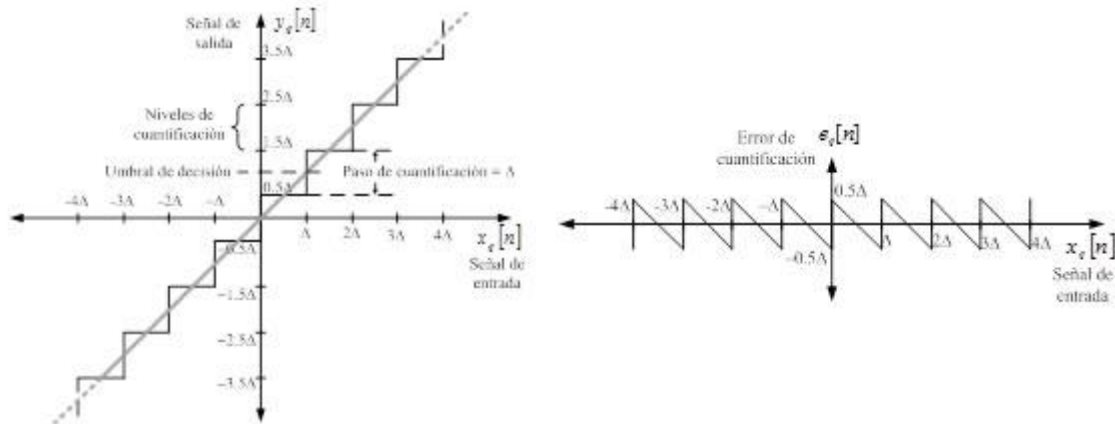


Figura 5. a) Proceso de cuantificación en amplitud de una señal discretizada en tiempo. b) Representación del error de cuantificación

Una señal continua en amplitud, que es cuantificada a intervalos  $\Delta$  (o paso de cuantificación) y centrada en  $y = 0$ , genera un secuencia de error de cuantificación  $e_q[n]$ ; este error se puede presentar en el intervalo  $\pm\Delta/2$ , como es ilustrado en la Fig. 5b. Así, la salida del cuantificador se puede representar por la señal de entrada, más el error de cuantificación  $e_q[n]$ , como se presenta en la Fig. 6, y su expresión en (6).

$$y[n] = G \cdot x[n] + e_q[n] = G \cdot x[n] + q\{x[n]\}$$

donde  $G$  modela un factor de ganancia que puede introducir el cuantificador. Un modelo ampliamente aceptado, resulta al considerar  $e_q[n]$  como una variable aleatoria (o secuencia de ruido blanco) con igual probabilidad en el intervalo  $\pm\Delta/2$ , y su función de densidad de probabilidad es  $\rho(e_q) = 1/\Delta$ . En base a lo anterior, el valor cuadrático medio  $\overline{e_q^2}$  o sencillamente potencia de ruido de cuantificación  $e_{rms}^2$  es (7):

$$\overline{e_q^2} = e_{rms}^2 = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} e_q^2 \rho(e_q) de = \frac{1}{\Delta} \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} e_q^2 de = \frac{\Delta^2}{12}$$

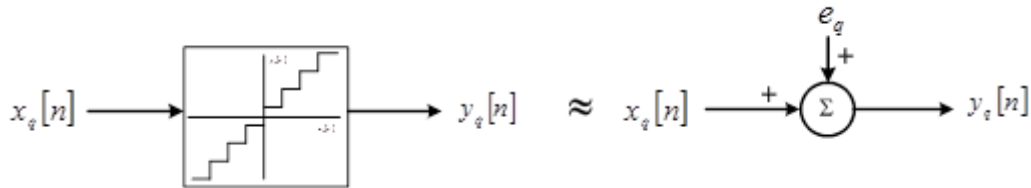


Figura 6. Modelo lineal del ruido de cuantificación

Los cuantificadores son implementaciones digitales cuya salida corresponda a valores binarios de N bits, de tal modo que un cuantificador uniforme tendrá 2N niveles de cuantificación. Si el voltaje a plena escala de entrada al sistema es  $V_{ref}^+ - V_{ref}^-$  el paso de cuantificación será:

$$\Delta = \frac{V_{ref}}{2^N - 1}$$

Para averiguar el efecto del ruido de cuantificación sobre un CAD convencional, se introduce la métrica Razón Señal a Ruido de Cuantificación (SQNR). La SQNR es la relación entre la potencia de la señal de entrada ( $\overline{e_q^2}$ ) y la potencia del ruido de cuantificación ( $\overline{s_{in}^2}$ ) presente en la señal, como lo define (9).

$$SQNR = \frac{\overline{s_{in}^2}}{\overline{e_q^2}}$$

Si, por ejemplo, la señal de entrada es una onda sinusoidal con valor cuadrático medio  $\overline{s_{in}^2} = V_2^p / 2$ , haciendo uso de (7-9), la SQNR expresado en dB es (10).

$$SQNR_{dB} = 10 \left[ \log 6 + 2 \log (2^N - 1) + \log \left( \frac{V_p}{V_{ref}} \right)^2 \right]$$

#### IV. Discusión de resultados

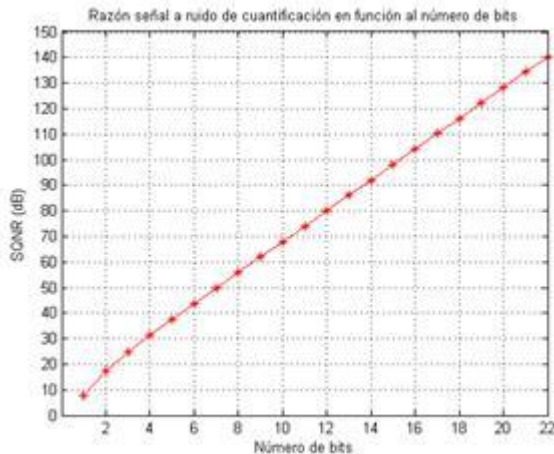


Figura 7. Dependencia de la SQNR con la resolución de un CAD convencional

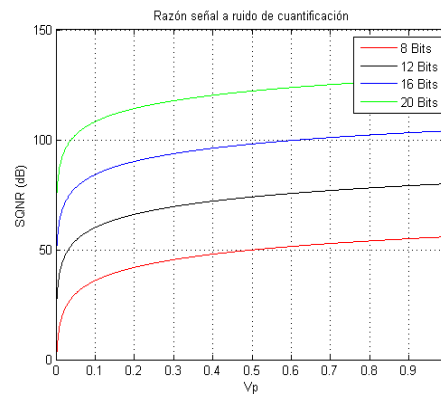


Figura 8. Dependencia de la SQNR con la amplitud de la señal analógica

La expresión (10) es un resultado interesante [5], ya que estima la SQNR teórica, en función de la resolución. Por ejemplo, un CAD convencional de 8 bits, necesariamente exhibirá una SQNR de 55.9 dB. Para aplicaciones de audio de alta fidelidad, donde se requieren resoluciones por arriba de los 20 bits, se requieren por lo menos una SQNR de 128.2 dB. Los resultados de la Fig. 7, se estimaron considerando que la amplitud de la señal de entrada  $V_p$  es igual al voltaje de referencia  $V_{ref}$ . Sin embargo, en los sistemas reales el intervalo dinámico de la señal de entrada impone una restricción importante. En consecuencia, como se observa en la Fig. 8, la SQNR tiene un sustancial decremento a por debajo de  $V_{ref}$ . Este decremento es congruente, ya que a niveles de señal cercanos a los noveles de potencia del ruido de cuantificación, se tendría una SQNR de 0dB.

## V. Conclusiones

Este trabajo describe una revisión de los componentes principales de un CAD convencional, y enfatiza la importancia de considerar el ruido introducido por el cuantificador. Dicho ruido, denominado ruido de cuantificación, es un parámetro que impone una limitante teórica en el desempeño de un CAD. Se presentó la deducción analítica de una expresión que modela la SQNR en función de la resolución del CAD y la amplitud de la señal a digitalizar.

## VI. Bibliografía

- [1] R. J. Baker, "IEEE Series on Microelectronic Systems CMOS, circuit design, layout, and simulation," Piscataway, NJ, Wiley-IEEE Press., 2010.
- [2] Kathleen Philips, Arthur H. M. Van Roermund, "Sigma Delta A/D Conversion for signal conditioning," Springer, p. 13, Nederland, 2006.
- [3] R. R. Singh, Bingling Li, A. Elligton, A. Hassibi, "A CMOS  $\Sigma$ - $\Delta$  photodetector array for bioluminescence based DNA sequencing," Midwest Symposium on Circuits and Systems, Ene. 2011.

[4] Y. Perelman y R. Ginosar, "A Low-Light-Level Sensor for Medical Diagnostic Applications," IEEE Journal of Solid-State Circuits, Vol. 36, No. 10, pp. 1553- 1558, 2001.

[5] P. R. Pérez-Alcázar, A. Santos, "Behavior of quantization noise for sinusoidal signal," A revision. Journal of Applied Research and Technology, Vol. 7, No. 2, pp. 136-152.