
CONTROL DE UN RMR CONSIDERANDO LA DINÁMICA DE TODOS SUS SUBSISTEMAS

*José Rafael García Sánchez¹,
Ramón Silva Ortigoza¹,
Eduardo Hernández Márquez¹,
Mayra Antonio Cruz¹,
Celso Márquez Sánchez²,
Víctor Hugo García Rodríguez¹.*

¹ *Instituto Politécnico Nacional, CIDETEC. Área de Mecatrónica. Unidad Profesional*

Adolfo López Mateos. C.P. 07700, Ciudad de México, México.

² *Universidad Autónoma Metropolitana. Unidad Lerma.*

C.P. 52005, Estado de México, México.

Resumen

Este trabajo presenta el diseño de un controlador que permite resolver la tarea de seguimiento de trayectorias en un robot móvil de ruedas (RMR) diferencial. En tal controlador se considera la dinámica de los tres subsistemas más importantes que componen a un RMR, i.e., *estructura mecánica, actuadores y etapa de potencia*. Para verificar el desempeño y robustez del controlador propuesto, se realizan simulaciones numéricas para una trayectoria basada en polinomios de interpolación.

1. Introducción

Durante los últimos años, el estudio e investigación sobre los robots móviles de ruedas (RMRs) ha crecido de manera importante por dos razones. La primera, debido al notable interés de la comunidad científica por comprender, de manera más precisa, este tipo de sistemas; ya que al ser no-lineales y encontrarse restringidos en su movimiento [1], el diseño de su control no es sencillo [2]. La segunda razón es por las aplicaciones que sugieren esta clase de sistemas: manejo de explosivos o materiales/residuos radioactivos, exploración planetaria y marina, medicina, milicia, agricultura, hogar, entretenimiento, entre otras [3]. Tales aplicaciones han sido posibles, en parte, gracias al diseño de controles que han permitido resolver las siguientes

problemáticas en RMRs: *regulación, seguimiento de trayectorias, seguimiento de sendas y evasión de obstáculos*. Sin embargo, en el diseño de estos controles no se ha considerado la dinámica de los tres subsistemas más importantes que conforman a un RMR, i.e., *estructura mecánica, actuadores y etapa de potencia* (ver Fig. 1), en la solución de las problemáticas antes mencionadas. Sobre el problema de seguimiento de trayectorias en RMRs tipo diferencial, de acuerdo con la literatura especializada, solamente se encuentran reportados controles que consideran **a)** el modelo cinemático/dinámico de la *estructura mecánica* y **b)** el modelo cinemático/dinámico de la *estructura mecánica* junto con el modelo matemático de los *actuadores*. Mientras que la dinámica de la *etapa de potencia* no ha sido considerada en el diseño del control.

Este trabajo está estructurado de la siguiente manera. En la Sección 2 se presenta el diseño de un controlador de seguimiento jerárquico promedio que considera el modelo matemático de todos los subsistemas de un RMR diferencial. Mientras que en la Sección 3 muestran los resultados de simulación del controlador en lazo cerrado. Finalmente, en la Sección 4 se dan las conclusiones.

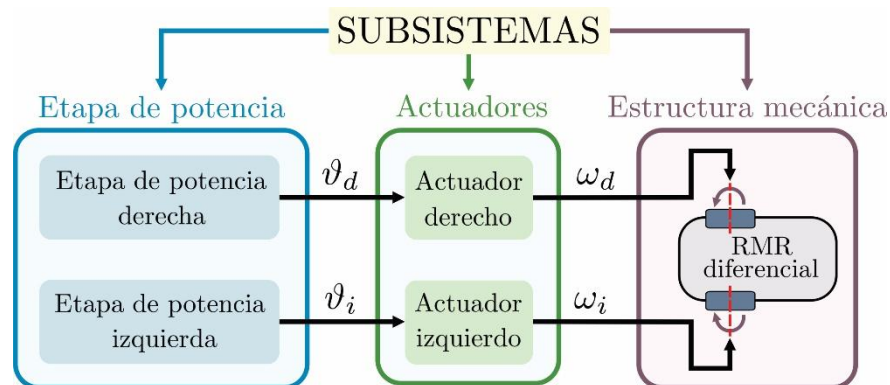


Figura 1. Subsistemas que componen a un RMR tipo diferencial.

2. Controlador de seguimiento jerárquico

Con la finalidad de solucionar el problema de seguimiento de trayectorias en un RMR diferencial, aquí se presenta el diseño un controlador jerárquico de tres niveles (alto, medio y bajo) que considera la dinámica de los subsistemas más importantes asociados con un RMR. Las características más relevantes del controlador son las siguientes:

- **Nivel alto.** Es un control por linealización entrada-salida, (ω_d, ω_i) , para la estructura mecánica. Este control logra que el RMR siga una trayectoria deseada, i.e., $(x, y, \varphi) \rightarrow (x^*, y^*, \varphi^*)$, y corresponde a los perfiles de velocidad angular deseada que debe ser seguidos por los actuadores.
- **Nivel medio.** Se diseñan dos controles basados en planitud diferencial, $(\vartheta_d, \vartheta_i)$, para los actuadores. Estos controles permiten que las flechas de los motores sigan un perfil de velocidad angular deseado, i.e., $(\varpi_d, \varpi_i) \rightarrow (\omega_d, \omega_i)$ y corresponden, a su vez, a los perfiles de voltaje que deben ser seguidos por los voltajes de salida de la etapa de potencia.

- **Nivel bajo.** Se proponen dos controles basados en planitud diferencial, (u_d, u_i) , para la etapa de potencia. Ambos controles logran que los voltajes de salida de los convertidores de potencia converjan a perfiles de voltaje deseado, i.e., $(v_d, v_i) \rightarrow (\vartheta_d, \vartheta_i)$.

Control del nivel alto. El control basado en linealización entrada-salida se propuso de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} \omega_d \\ \omega_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{r \cos \varphi} & \frac{l}{r} \\ \frac{1}{r \cos \varphi} & -\frac{l}{r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_x \\ u_\varphi \end{pmatrix}, \quad (1)$$

donde $\varphi \neq k\pi/2$, para $k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$, con u_x y u_φ definidos por

$$u_x = \dot{x}^* - \alpha_x(x - x^*), \quad (2)$$

$$u_\varphi = \dot{\varphi}^* - \alpha_\varphi(\varphi - \varphi^*). \quad (3)$$

Control del nivel medio. Debido a que se utilizan dos motores de CD de imán permanente para proporcionar el movimiento al RMR, se propone el siguiente control basado en planitud diferencial para cada motor:

$$\vartheta = \frac{JL_a}{k_m} \mu + \frac{1}{k_m} (bL_a + JR_a) \widehat{\omega} + \left(\frac{bR_a}{k_m} + k_e \right) \widehat{\omega}, \quad (4)$$

donde

$$\mu = \ddot{\omega}^* - \gamma_2(\widehat{\omega} - \dot{\omega}^*) - \gamma_1(\widehat{\omega} - \omega^*) - \gamma_0 \left(\int_0^t \widehat{\omega} d\tau - \int_0^t \omega^* d\tau \right), \quad (5)$$

siendo

$$\int_0^t \widehat{\omega} d\tau = \frac{L_a}{k_e} \left[-i_a + \frac{1}{L_a} \int_0^t (\vartheta - R_a i_a) d\tau \right],$$

$$\widehat{\omega} = -\frac{bL_a}{k_e} \left[-i_a + \frac{1}{L_a} \int_0^t (\vartheta - R_a i_a) d\tau \right] + \frac{k_m}{J} \int_0^t i_a d\tau,$$

$$\widehat{\omega} = \frac{b^2 L_a}{J^2 k_e} \left[-i_a + \frac{1}{L_a} \int_0^t (\vartheta - R_a i_a) d\tau \right] - \frac{b k_m}{J^2} \int_0^t i_a d\tau + \frac{k_m}{J} i_a.$$

Control del nivel bajo. En este trabajo se considera que cada motor de CD es gobernado por un convertidor-reductor de CD/CD que se controla de forma independiente. Así, se propone para cada convertidor el siguiente control por planitud diferencial:

$$u = \frac{LC}{E} \delta + \frac{L}{RE} \dot{v} + \frac{1}{E} v, \tag{6}$$

donde

$$\delta = \ddot{\vartheta}^* - \beta_2(\dot{v} - \dot{v}^*) - \beta_1(v - v^*) - \beta_0 \int_0^t (v - v^*) d\tau. \tag{7}$$

Tras haber propuesto los controles del nivel alto, medio y bajo; ahora se integran para dar lugar al controlador jerárquico. Así, los controles para los motores de CD (derecho e izquierdo) que aseguran $(\omega_d, \omega_i) \rightarrow (\omega_d, \omega_i)$ están dados por (4)–(5), donde

$$(\omega_d^*, \omega_i^*) = (\omega_d, \omega_i). \tag{8}$$

Por otro lado, los controles asociados con los convertidores-reductores (los cuales permiten el manejo adecuado de los motores de CD) que garantizan $(v_d, v_i) \rightarrow (\vartheta_d, \vartheta_i)$ están determinados por (6)–(7), donde

$$(v_d^*, v_i^*) = (\vartheta_d, \vartheta_i). \tag{9}$$

Nótese que en (8) los subíndices “d” e “i” hacen alusión a los motores derecho e izquierdo. De igual forma, en (9) los subíndices hacen alusión a los convertidores-reductores derecho e izquierdo, respectivamente.

3. Resultados de simulación

Con la finalidad de verificar el desempeño y robustez del controlador jerárquico propuesto, aquí se muestran resultados de simulación realizados en Matlab-Simulink. Los parámetros de simulación asociados con el RMR y con los subsistemas que lo componen, están reportados en [4]. Para la generación de la trayectoria deseada, la cual está basada en el algoritmo presentado en [5], se consideraron los pares coordenados de la Tabla 1. Así, la trayectoria deseada que debe seguir el RMR, i.e., (x^*, y^*, φ^*) , se observa en las primeras dos subfiguras de la Fig. 2.

Tabla 1. Puntos de la trayectoria basada en interpolación

x^*	y^*
$x_0 = 0.0 \text{ m}$	$y_0 = 0.0 \text{ m}$
$x_1 = 0.8 \text{ m}$	$y_1 = 0.8 \text{ m}$
$x_2 = 1.6 \text{ m}$	$y_2 = 1.2 \text{ m}$
$x_3 = 3.2 \text{ m}$	$y_3 = 1.2 \text{ m}$
$x_4 = 4.0 \text{ m}$	$y_4 = 0.8 \text{ m}$

$$\begin{array}{ll} x_5 = 6.0 \text{ m} & y_5 = 0.4 \text{ m} \\ x_6 = 7.0 \text{ m} & y_6 = 1.0 \text{ m} \end{array}$$

Los resultados de simulación se observan en la Fig. 2, donde se muestran el desempeño del controlador jerárquico propuesto cuando se consideran las variaciones abruptas y simultáneas de la Tabla 2, asociadas con las resistencias de carga R_d y R_i de los convertidores-reductores.

Tabla 2. Cambios abruptos y simultáneos en R_d y R_i

R_{m_d}		R_{m_i}	
48% R_d	$t < 5 \text{ s}$	R_i	$t < 3 \text{ s}$
60% R_d	$5 \text{ s} \leq t < 10 \text{ s}$	64% R_i	$3 \text{ s} \leq t < 9 \text{ s}$
R_d	$10 \text{ s} \leq t < 14 \text{ s}$	80% R_i	$9 \text{ s} \leq t < 13 \text{ s}$
120% R_d	$14 \text{ s} \leq t$	128% R_i	$13 \text{ s} \leq t$

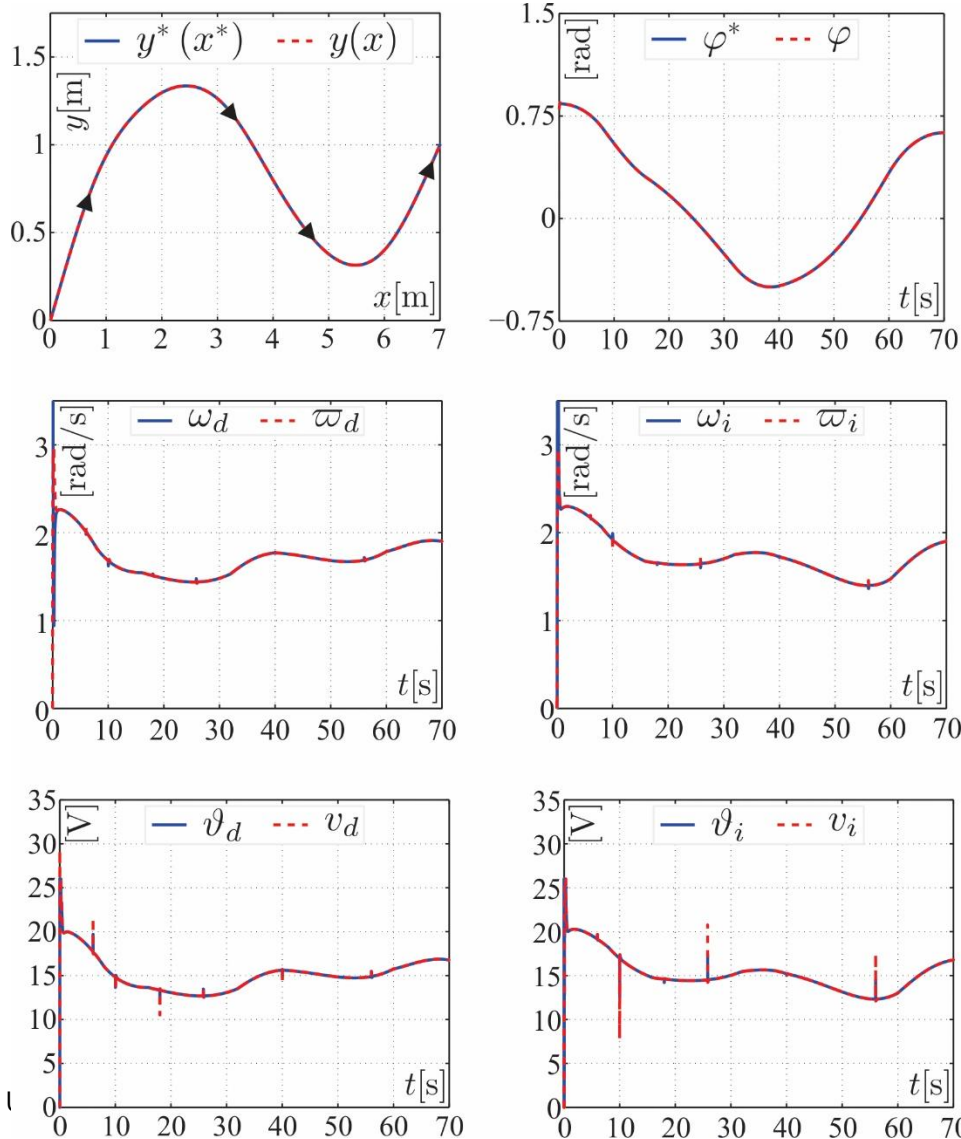


Figura 2. Simulaciones con cambios abruptos y simultáneos en R_d y R_i .

4. Conclusiones

Se presentó el diseño de un controlador jerárquico robusto de tres niveles para la tarea de seguimiento de trayectoria en un RMR diferencial. Tal controlador considera la dinámica asociada a los subsistemas que conforma al móvil, i.e., *estructura mecánica*, *actuadores* y *etapa de potencia*. Se observó, vía resultados de simulación, que el controlador logra $(x, y, \varphi) \rightarrow (x^*, y^*, \varphi^*)$ cuando se consideran cambios abruptos y simultáneos en algunos parámetros del sistema.

5. Referencias

- [1] I. Kolmanovsky and N. H. McClamroch, "Developments in nonholonomic control problems," *IEEE Control Systems*, vol. 15, no. 6, pp. 20–36, 1995.
- [2] R. W. Brockett, "Asymptotic stability and feedback stabilization," in *Differential Geometric Control Theory*, R. W. Brockett, R. S. Millman, and H. H. Sussmann, Eds., Boston, MA, USA: Birkhäuser, 1983.
- [3] B. Siciliano and O. Khatib, *Handbook of Robotics*. Heidelberg, Berlin, Germany: Springer-Verlag, pp. 1065–1298, 2008.
- [4] R. Silva-Ortigoza, G. Silva-Ortigoza, V. M. Hernández-Guzmán, V. Barrientos-Sotelo, J. M. Albarrán-Jiménez, and V. M. Silva-García, "Trajectory tracking in a mobile robot without using velocity measurements for control of wheels," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 6, no. 7, pp. 598–607, 2008.
- [5] E. R. Ramos-Silvestre, "Control punto a punto para el seguimiento de trayectorias de un robot móvil de ruedas tipo diferencial", Master Thesis, Área de Mecatrónica, CIDETEC-IPN, Mexico City, Mexico, 2011.

