

CONTROL DE UN CONVERTIDOR CD/CD DE TOPOLOGÍA BUCK

José Rafael García Sánchez¹, Ramón Silva Ortigoza¹, Celso Márquez Sánchez¹,
Mayra Antonio Cruz¹ y Cynthia Yolanda Sosa Cervantes¹.

¹ *Instituto Politécnico Nacional, CIDETEC. Área de Mecatrónica. Unidad Profesional
Adolfo López Mateos. C.P. 07700, México D. F., México.*

Resumen

En este trabajo se presenta el diseño de un control por retroalimentación lineal que permita regular el voltaje de salida de un convertidor CD/CD Buck a un voltaje deseado. Para verificar el desempeño del control, se llevan a cabo simulaciones numéricas del sistema en lazo cerrado.

I. Introducción

Las fuentes de alimentación que suministran la energía eléctrica requerida por los equipos electrónicos (tanto de uso industrial, de instrumentación o domésticos) cuentan, para su adecuado funcionamiento, con convertidores de potencia. Estos convertidores son una gama de circuitos eléctricos que convierten la energía eléctrica de un nivel de voltaje/corriente a otro distinto. Éstos se clasifican en: **a)** convertidores de CD/CD (topologías Buck, Boost, Zeta, Cúk, etc.), **b)** convertidores de CA/CD (o rectificadores), **c)** convertidores de CD/CA (o inversores) y **d)** convertidores de CA/CA (o cicloconvertidores). Este trabajo está enfocado en los convertidores CD/CD de topología Buck.

La estructura del presente trabajo es la siguiente: Una breve descripción del convertidor CD/CD Buck es presentada en la Sección II, mientras que el diseño de un control por retroalimentación lineal se lleva a cabo en la Sección III. Para verificar el desempeño del control propuesto, se presentan algunos resultados de simulación numérica en la Sección IV y finalmente las conclusiones en la Sección V.

II. Convertidor CD/CD Buck

El convertidor de CD/CD Buck permite reducir un voltaje continuo de entrada (no regulado) a otro de menor magnitud en la salida (regulado), conservando la misma polaridad que el voltaje de entrada. Como se observa en la Figura 1, el convertidor Buck está formado por una fuente de CD (E), un interruptor (transistor Q y diodo D) y un filtro pasa-bajos (inductor L y capacitor C) que alimenta a una carga R . Las variables i y v corresponden a la corriente y al voltaje de L y C , respectivamente.

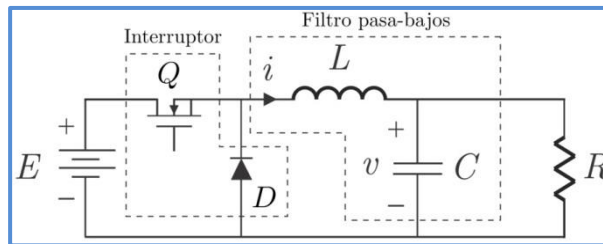


Figura 1. Diagrama eléctrico de un convertidor Buck

II.A. Modelo matemático del convertidor Buck y punto de equilibrio del sistema

Analizando la representación ideal del convertidor Buck (ver Figura 2) y utilizando las leyes de corrientes y de voltajes de Kirchhoff, se obtiene el siguiente modelo matemático [1]

$$L \frac{di}{dt} = -v + uE, \quad (1)$$

$$C \frac{dv}{dt} = i - \frac{v}{R}. \quad (2)$$

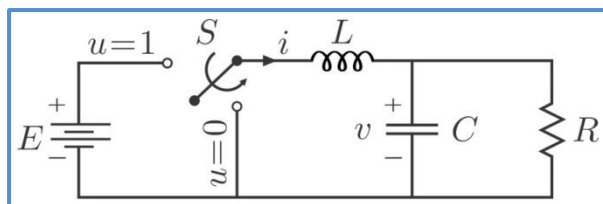


Figura 2. Representación ideal del convertidor Buck

En las ecuaciones anteriores y en lo que resta de este trabajo, la derivada con respecto al tiempo se representará indistintamente mediante un punto o mediante d/dt . El modelo matemático (1)-(2) es conocido en la literatura como *modelo conmutado* del convertidor Buck debido a que la entrada de control cumple que $u \in \{0,1\}$. Mientras que el *modelo promedio* es el siguiente

$$L \frac{di}{dt} = -v + u_{av}E, \quad (3)$$

$$C \frac{dv}{dt} = i - \frac{v}{R}, \quad (4)$$

donde $u_{av} \in [0,1]$ y además es una función suave. Si para el modelo promedio se eligen como variables de estado la corriente i y el voltaje v , es decir, $x_1 = i$ y $x_2 = v$, entonces (3)-(4) se expresan de la siguiente manera

$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{L}x_2 + \frac{E}{L}u_{av}, \quad (5)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{C}x_1 - \frac{1}{CR}x_2, \quad (6)$$

siendo $x = [x_1 \ x_2]^T$ el vector de estado. Igualando con cero (5) y (6) se obtiene el punto de equilibrio, el cual resulta ser

$$\bar{v} = E\bar{u}_{av}, \quad (7)$$

$$\bar{i} = \frac{\bar{v}}{R}. \quad (8)$$

III. Control por retroalimentación lineal para el convertidor CD/CD Buck

Para diseñar una ley de control por retroalimentación lineal para el convertidor CD/CD Buck, éste debe ser controlable, es decir, su matriz de controlabilidad debe ser de rango completo (o bien su determinante diferente de cero). Para verificar que el sistema es controlable primeramente se reescriben (5) y (6) en la forma matricial $\dot{x} = Ax + Bu$, esto es

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u_{av}, \quad (9)$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Teniendo identificadas las matrices A y B del sistema, se conforma la matriz de controlabilidad definida como $C = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B]$. Así, se tiene que la matriz de controlabilidad del convertidor Buck está dada por

$$C = \begin{bmatrix} \frac{E}{L} & 0 \\ 0 & \frac{E}{L} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

la cual es de rango completo, pues $|C| = \frac{E^2}{CL^2}$, por lo que el sistema (9) es controlable. De esta manera, es posible diseñar una ley de control por retroalimentación lineal. Si ahora se definen los siguientes errores para las variables de estado y para la entrada de control

$$e_1 = x_1 - \bar{x}_1, \quad (12)$$

$$e_2 = x_2 - \bar{x}_2, \quad (13)$$

$$e_{u_{av}} = u_{av} - \bar{u}_{av}, \quad (14)$$

entonces la dinámica del error asociada con (5)-(6) se expresa de la siguiente manera

$$\dot{e}_1 = -\frac{1}{L}e_2 + \frac{E}{L}e_{u_{av}}, \quad (15)$$

$$\dot{e}_2 = \frac{1}{C}e_1 - \frac{1}{CR}e_2, \quad (16)$$

o bien en forma matricial

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \\ L \\ 0 \end{bmatrix} e_{u_{av}} \quad (17)$$

Se observa que (17) tiene la estructura $\dot{e} = A'e + B'e_{u_{av}}$, siendo

$$A' = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR} \end{bmatrix}, \quad B' = \begin{bmatrix} E \\ L \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

y en donde la matriz de controlabilidad asociada con (17) es de rango completo, es decir, $|C| = \frac{E^2}{CL^2}$. Se propone entonces una ley de control por retroalimentación lineal de la forma

$$e_{u_{av}} = -Ke, \quad (19)$$

donde $e = [e_1 \ e_2]^T$ y $K = [k_1 \ k_2]$.

Así, la dinámica del error (17) en lazo cerrado con el control (19) queda expresada como

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{k_1 E}{L} & -\frac{1+k_2 E}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

donde

$$D = \begin{bmatrix} -\frac{k_1 E}{L} & -\frac{1+k_2 E}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

El polinomio característico asociado con la matriz D está definido como

$$p_c(D) = s^2 + \frac{1}{RCL}(L + k_1 ERC)s + \frac{1}{RCL}[R + (k_1 + k_2 R)E], \quad (22)$$

el cual se iguala término a término con un polinomio estable de segundo orden con la finalidad de encontrar el valor de las ganancias k_1 y k_2 .

Se propone el siguiente polinomio estable

$$p_d(s) = s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2, \quad (23)$$

el cual al ser igualado término a término con (22) permite encontrar los siguientes valores para k_1 y k_2

$$k_1 = \frac{L(2\xi\omega_n RC - 1)}{ERC}, \quad (24)$$

$$k_2 = \frac{RC[L(\omega_n^2 RCL - 2\xi\omega_n) - R] + L}{ER^2 C}. \quad (25)$$

Reemplazando (24) y (25) en (19) se obtiene el siguiente control en términos del error

$$e_{u_{av}} = - \left[\frac{L(2\xi\omega_n RC - 1)}{ERC} \right] e_1 - \left\{ \frac{RC[L(\omega_n^2 RCL - 2\xi\omega_n) - R] + L}{ER^2 C} \right\} e_2. \quad (26)$$

Finalmente, el control (26) expresado en términos de las variables de estado originales está dado por

$$u_{av} = - \left[\frac{L(2\xi\omega_n RC - 1)}{ERC} \right] (x_1 - \bar{x}_1) - \left\{ \frac{RC[L(\omega_n^2 RCL - 2\xi\omega_n) - R] + L}{ER^2 C} \right\} (x_2 - \bar{x}_2) + \bar{u}_{av}, \quad (27)$$

en donde se han utilizado (12)-(14).

IV. Simulaciones

Para verificar el desempeño del control diseñado, en esta sección se presentan resultados de simulación del sistema (3)-(4) en lazo cerrado con (27).

Los parámetros asociados al convertidor Buck son

$$L = 1.23 \times 10^{-3} \text{ H}, \quad C = 1 \times 10^{-6} \text{ F}, \quad R = 30 \text{ } \Omega, \quad E = 24 \text{ V}.$$

Mientras que las ganancias del control se eligieron como sigue

$$\xi = 0.764, \quad \omega_n = 22638.7.$$

Las simulaciones se llevaron a cabo para $\bar{u}_{av} = 0.8$. Así, se tiene que

$$\bar{x}_2 = \bar{v} = (0.8)(24 \text{ V}) \rightarrow \bar{v} = 19.2 \text{ V}, \quad (28)$$

$$\bar{x}_1 = \bar{i} = \frac{19.2 \text{ V}}{30 \text{ } \Omega} \rightarrow \bar{i} = 640 \text{ mA}, \quad (29)$$

donde se han utilizado (7) y (8), respectivamente.

Se observa en la Figura 3 que se logra satisfactoriamente el objetivo de control, esto es, $(i, v) \rightarrow (\bar{i}, \bar{v})$. Además se observa también que la señal de entrada permanece dentro del intervalo $[0,1]$.

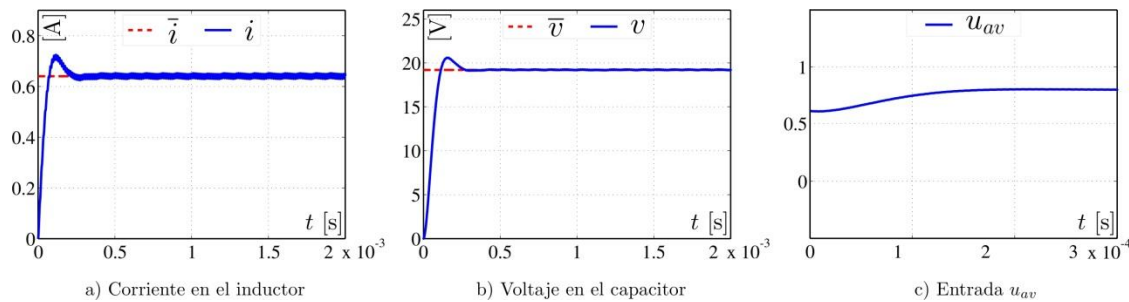


Figura 3. Resultados de simulación para $u_{av} = 0.8$

V. Conclusiones

En este trabajo se presentó el diseño de un control por retroalimentación lineal del vector de estados para resolver la tarea de regulación en un convertidor CD/CD Buck. Se presentaron resultados de simulación numérica del sistema en lazo cerrado en donde se observó que se logra el objetivo de control, esto es que $(i, v) \rightarrow (\bar{i}, \bar{v})$.

Referencias

[1] Silva-Ortigoza, R. (2006). Metodologías de control automático en electrónica de potencia. Tesis Doctoral. CINVESTAV, México D.F., México.