

DISEÑO DE UN CONTROLADOR PID PARA EL CONVERTIDOR CD/CD BUCK MEDIANTE EL LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

Ángel Adrián Orta Quintana¹
Erick Reyes Reyes¹
Ramón Silva Ortigoza¹

Rogelio Ernesto García Chávez¹
Emilio Mendoza Ruiz²
Magdalena Marciano Melchor¹

¹Instituto Politécnico Nacional
CIDETEC

Laboratorio de Mecatrónica y Energías Renovables
²CECyT 11

aortaq1300@alumno.ipn.mx

RESUMEN

En este escrito, se presenta el diseño de un controlador Proporcional Integral Derivativo (PID) utilizando el Lugar Geométrico de las Raíces (L.G.R) para encontrar sus parámetros (ganancia proporcional, tiempo integral y tiempo derivativo), estableciendo un comportamiento en el dominio del tiempo con una relación de amortiguamiento y frecuencia natural deseada. Lo anterior, aplicado a un convertidor de potencia CD/CD Buck para lograr que la tensión en el capacitor se establezca en una tensión deseada. Además, se llevan a cabo simulaciones en lazo cerrado para verificar el desempeño de la sintonización utilizada en el controlador PID.

1. Introducción

El controlador PID es el dispositivo de regulación más utilizado a nivel industrial. Las técnicas de sintonización de este dispositivo pueden operarse mediante reglas heurísticas o pueden estudiarse analíticamente. En este trabajo se presenta una idea básica de sintonización del controlador mediante el L.G.R y se estructura de la siguiente manera: Se da una introducción básica de las ecuaciones que rigen al controlador PID y la relación de sus parámetros con los ceros de su función de transferencia en la Sección II. Por otra parte, se describe brevemente el convertidor CD/CD Buck en la sección III. Además, se explica a detalle el diseño del controlador PID a través del L.G.R. en la Sección IV y finalmente se establecen las conclusiones en la sección V.

2. Controlador PID

La ecuación integro diferencial que representa a un controlador PID en tiempo continuo es la siguiente.

$$u(t) = K_c \left[e(t) + \frac{1}{\tau_i} \int_0^t e(t) dt + \tau_d \frac{d}{dt} e(t) \right] \quad (1)$$

Donde, $u(t)$ es la señal de control y $e(t)$ es el error de control. Los parámetros del controlador son la ganancia proporcional K_c , el tiempo integral τ_i , y el tiempo derivativo τ_d .

En el dominio de Laplace, la función de transferencia que relaciona la señal de control $U(s)$ con la señal de error $E(s)$ se muestra a continuación:

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_c \frac{\tau_d s^2 + s + \frac{1}{\tau_i}}{s} \quad (2)$$

La ubicación de los ceros del controlador se obtiene igualando a cero el numerador de la función de transferencia, dando como resultado lo siguiente:

$$Z_{1,2} = \pm \frac{\sqrt{-\frac{4\tau_d - \tau_i}{\tau_i}} \pm 1}{2\tau_d} \quad (3)$$

Mientras, la ubicación del polo del controlador se encuentra en el origen del plano complejo s , es decir:

$$P_c = 0 \quad (4)$$

De la ecuación (3), pueden obtenerse los parámetros del controlador en términos de los ceros de su función de transferencia, esto es:

$$\tau_d = \frac{1}{Z_1 + Z_2} \quad (5)$$

$$\tau_i = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 Z_2} \quad (6)$$

La ganancia proporcional se obtiene al aplicar el criterio de magnitud sobre la función de transferencia del sistema con controlador.

3. Modelo matemático del convertidor Buck

El modelo matemático que representa el comportamiento dinámico promedio del convertidor Buck se presenta a continuación.

$$\frac{di}{dt} = -v \frac{1}{L} + u_{av} \frac{E}{L} \quad (7)$$

$$\frac{dv}{dt} = i \frac{1}{C} - v \frac{1}{RC} \quad (8)$$

donde para las ecuaciones (7) y (8) $u_{av} \in [0,1]$, v es la tensión en el capacitor, E es la tensión de alimentación del convertidor, R es la resistencia eléctrica, C es la capacitancia y L es la inductancia.

La función de transferencia que relaciona la tensión en el capacitor respecto a la entrada promedio se da a través de la ecuación (9).

$$G(s) = \frac{V(s)}{U_{av}(s)} = \frac{\frac{E}{LC}}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}} \quad (9)$$

Los parámetros utilizados para el convertidor Buck son los siguientes $E = 32V$, $R = 48\Omega$, $C = 4.7\mu F$ y $L = 4.94mH$.

Al sustituir los parámetros, la función de transferencia del sistema a controlar es:

$$G(s) = \frac{1.378 \times 10^9}{s^2 + 4433s + 4.307 \times 10^7}$$

4. Diseño del controlador PID

Para diseñar un controlador PID utilizando el L.G.R. se tomará en cuenta la Figura 1.

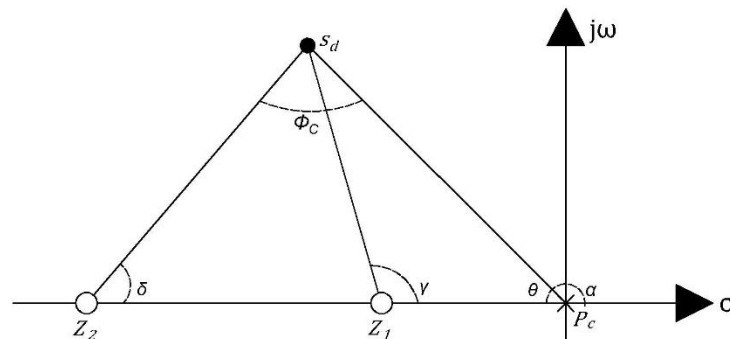


Figura 1. Diagrama para el diseño de un controlador mediante el LGR.

Donde para la Figura 1, s_d es la ubicación del polo dominante deseado, $Z_{1,2}$ es la ubicación de los ceros del controlador, P_c es el polo en el origen del controlador, ϕ_c es la contribución angular del controlador, γ, δ son las contribuciones angulares de $Z_{1,2}$ respectivamente, α es la contribución angular del polo del controlador y $\theta = \cos^{-1}(\xi)$.

Se requiere que la respuesta del sistema en el dominio del tiempo tenga como relación de amortiguamiento $\xi = 0.2619$ y una frecuencia natural no amortiguada de $\omega_n = 1.2727 \times 10^4 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$, por lo tanto, el polo deseado s_d es el siguiente:

$$s_d = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = -3.3329 \times 10^3 \pm j1.2283 \times 10^4 \quad (10)$$

En forma polar:

$$s_d = 1.2727 \times 10^4 \angle 105.1810$$

Por lo anterior, se tiene que la contribución angular del polo del controlador es:

$$\alpha = 105.1810 \quad (11)$$

La función de transferencia evaluada en el polo deseado da como resultado el siguiente número complejo.

$$G(s_d) = 12.0059 \angle 166.1758 \quad (12)$$

La contribución angular del controlador PID se da a través de la siguiente ecuación:

$$\phi_c = 180 - \angle G(s_d) = 180 - 166.1758 = 13.8242 \quad (13)$$

Mientras, la contribución angular δ es:

$$\delta = \alpha - \phi_c = 105.1810 - 13.8242 = 91.3568 \quad (14)$$

Por otra parte, el ángulo γ es:

$$\gamma = 2\phi_c = 2(13.8242) = 27.6484 \quad (15)$$

Aplicando ley de senos, la ubicación del cero Z_1 es:

$$Z_1 = \frac{\omega_n \sin(180 - \gamma - \cos^{-1}(\xi))}{\sin(\gamma)} = 2.6783 \times 10^4 \quad (16)$$

Mientras, la ubicación del cero Z_2 da como resultado:

$$Z_2 = \frac{\omega_n \sin(\phi_c)}{\sin(\delta)} = 3.0415 \times 10^3 \quad (17)$$

Sustituyendo el valor de los ceros del controlador en las ecuaciones (5-6), el valor del tiempo derivativo y tiempo integral es de:

$$\tau_D = \frac{1}{2.6783 \times 10^4 + 3.0415 \times 10^3} = 3.3529 \times 10^{-5} \text{ s}$$

$$\tau_i = \frac{2.6783 \times 10^4 + 3.0415 \times 10^3}{(2.6783 \times 10^4)(3.0415 \times 10^3)} = 3.6612 \times 10^{-4} \text{ s}$$

Por lo tanto, la función de transferencia del controlador PID es la siguiente:

$$G_c(s) = K_c \frac{3.3529 \times 10^{-5} s^2 + s + 2731.3449}{s}$$

En consecuencia, la función de transferencia del sistema con controlador da como resultado:

$$G_c(s)G(s) = \left(\frac{4.62 \times 10^4 s^2 + 1.378 \times 10^9 s + 3.764 \times 10^{12}}{s^3 + 4433 s^2 + 4.307 \times 10^7 s} \right)$$

Para el sistema anterior se debe cumplir la condición de ángulo, es decir, $\angle G_c(s_d)G(s_d) = \pm 180^\circ$:

$$G_c(s_d)G(s_d) = 10.2860 \angle -180^\circ$$

Como se puede observar, se cumple el criterio de ángulo, por lo tanto, el polo deseado ahora es parte del L.G.R. del sistema, esto se puede visualizar en la Figura 2:

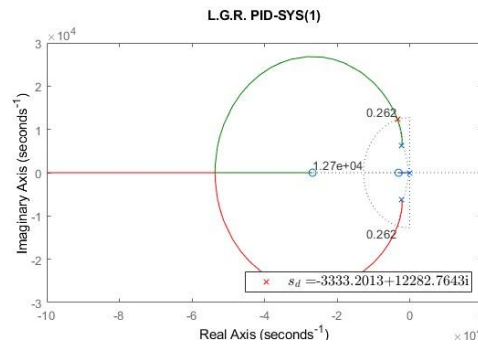


Figura 2. L.G.R. Sistema con controlador.

Para obtener el valor de la ganancia del controlador K_c se aplica el criterio de magnitud como se muestra a continuación:

$$K_c = \frac{1}{|G_c(s_d)G(s_d)|} = \frac{1}{10.2860} = 0.09721$$

Con lo anterior, se ha concluido con el procedimiento para hallar las ganancias del controlador PID mediante el Lugar Geométrico de las Raíces.

5. Simulación

A continuación, se presentan los resultados de simulación aplicando el controlador calculado en la sección anterior y para una tensión en el capacitor deseada de $v_d = 25V$. Con los parámetros de controlador $K_c = 0.09721$, $\tau_i = 3.6612 \times 10^{-4}$ y $\tau_d = 3.3529 \times 10^{-5}s$.

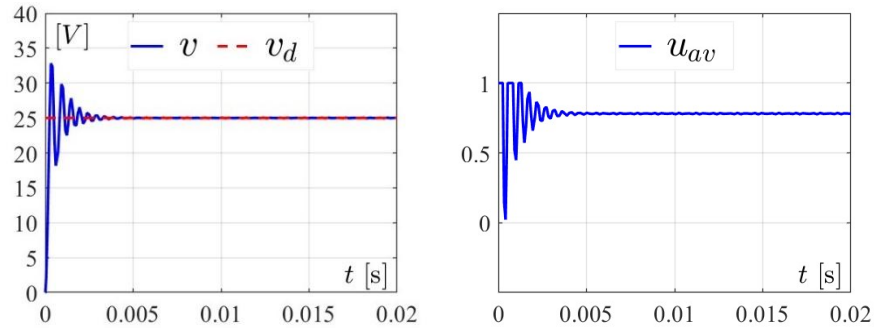


Figura 3. Simulación para $v_d = 25V$ y $K_c = 0.09721$

Como se puede observar en la Figura 3, el controlador lleva perfectamente la tensión del capacitor al valor deseado, sin embargo, si se requiere mejorar la dinámica del sistema, es oportuno realizar un ajuste en la ganancia proporcional del controlador, una ganancia $K_c = 0.035$ puede mejorar considerablemente la respuesta en lazo cerrado.

Al realizar la simulación con la ganancia proporcional $K_c = 0.035$ se obtiene el siguiente resultado, el cual es considerablemente mejor al obtenido con anterioridad.

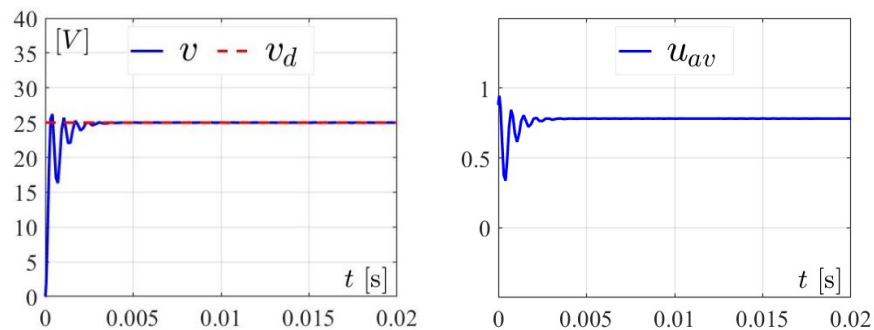


Figura 4. Simulaciones para $v_d = 25V$ y $K_c = 0.035$

6. Conclusiones

En este trabajo se diseñó un controlador PID utilizando el L.G.R. para realizar control regulatorio del convertidor Buck CD/CD y mediante simulaciones se comprobó el funcionamiento de esta técnica de sintonización, logrando que la tensión del capacitor se estableciera en la tensión deseada, es decir, $v \rightarrow v_d$.

7. Referencias

Hernández, V., Silva, R., Carrillo, R. (2013). Control Automático. Ciudad de México: Colección CIDETEC.