

DISEÑO DE UN CONTROLADOR BASADO EN MODOS DESLIZANTES PARA UN SISTEMA TÉRMICO DE PRIMER ORDEN

Ángel Adrián Orta Quintana¹

Erik Reyes Reyes¹

Magdalena Marciano Melchor¹

Chávez¹

Ortigoza¹

Nogales²

Rogelio Ernesto García

Ramón Silva

Benjamín Natanael Santiago

¹Instituto Politécnico Nacional
CIDETEC

Laboratorio de Mecatrónica y Energías Renovables
² UPIITA

aortaq1300@alumno.ipn.mx

Resumen

En este trabajo, se presenta el proceso de diseño de un control basado en modos deslizantes aplicado a un sistema térmico. La tarea de control a ejecutar es regular la temperatura del material al interior del tanque a un valor de referencia deseado. Además, se realizan simulaciones del sistema en lazo cerrado para comprobar el desempeño de la estrategia de control por modos deslizantes propuesta.

1. Introducción

El esquema de control por modos deslizantes es una estrategia de control discontinua. De forma natural es idónea para controlar sistemas conmutados, tales como convertidores electrónicos de potencia accionados por transistores, sistemas hidráulicos accionados por válvulas de dos posiciones etc. En este trabajo se presenta el diseño de un control por modos deslizantes para un sistema térmico de primer orden. Este escrito se estructura de la siguiente forma: se describe de manera breve el sistema térmico en la sección II. Se explica a detalle el diseño del controlador vía modos deslizantes en la sección III y finalmente se presentan las conclusiones en la sección IV.

2. Modelo matemático del sistema térmico

En la siguiente figura se muestra el diagrama de un tanque aislado térmicamente el cual cuenta con agitación constante para mantener uniforme la temperatura del producto en su interior. El flujo de combustible es proporcionado a través de una válvula de control de dos posiciones.

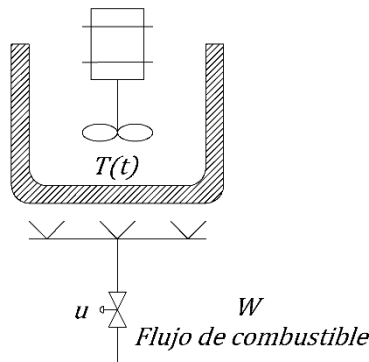


Figura 1. Sistema térmico.

El modelo matemático que representa el comportamiento dinámico del sistema térmico de la Figura 1, está dado por la siguiente ecuación diferencial.

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{T}{\tau} + u \frac{WK}{\tau}, \quad (1)$$

donde para la ecuación (1) u es la señal de control de entrada representada por una función de conmutación de posición de la válvula de control $u \in \{0,1\}$, T es la temperatura del material al interior del tanque, τ es la constante de tiempo del sistema, W es el flujo másico de combustible y K es la ganancia del sistema.

La constante de tiempo τ y la ganancia del sistema se calculan a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\tau = \frac{mC_p}{\alpha A}, \quad (2)$$

$$K = \frac{P_c}{\alpha A}, \quad (3)$$

donde para la ecuación (2) y (3) m es la masa del producto al interior del tanque, C_p es la capacidad calorífica a presión constante, α es el coeficiente global de transferencia de energía, A es el área de transferencia de energía y P_c es el poder calórico del combustible.

Los parámetros utilizados para el sistema bajo estudio son los siguientes: $m = 50\text{kg}$, $C_p = 1,259.38 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, $\alpha = 25.01 \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}}$, $A = 0.8\text{m}^2$ y $P_c = 49,852,360 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$. Mientras, el flujo másico de combustible que circula a través de la válvula es de $W = 3.95 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$.

3. Diseño del control por modos deslizantes

Cuando la entrada de control es mantenida en el valor de $u = 1$, se considera la máxima transferencia de combustible al sistema y se obtiene la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{T}{\tau} + \frac{WK}{\tau}. \quad (4)$$

El punto de equilibrio de la ecuación (4), el cual está definido como: $\lim_{t \rightarrow \infty} T(t)$ denotado por $\bar{T}$ esta claramente dado por:

$$\bar{T} = WK = T_{max}, \quad (5)$$

donde para la ecuación (5) T_{max} representa la temperatura cuando se permite el mayor flujo de combustible al sistema.

Independientemente de las condiciones iniciales, todas las trayectorias que comienzan por debajo de T_{max} crecen hacia este valor positivo. Mientras, todas las trayectorias que comienzan por encima de T_{max} disminuyen hacia el mismo valor.

Por otra parte, cuando la válvula se mantiene cerrada, es decir, $u = 0$, el sistema térmico ahora es descrito por la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{T}{\tau}, \quad (6)$$

cuyo punto de equilibrio representa la temperatura mínima T_{min} posible del sistema y este dado por:

$$\bar{T} = 0 = T_{min}. \quad (7)$$

Para este caso y sin importar el valor de la condición inicial, todas las trayectorias comienzan por encima del valor del punto de equilibrio $T_{min} = 0$ y disminuyen hacia ese valor.

A partir de los puntos de equilibrio dados por las ecuaciones (5) y (7), es claro que la temperatura deseada T_D debe cumplir la siguiente restricción:

$$0 < T_D < T_{max} \quad (8)$$

Considerando el error de temperatura $\sigma = T(t) - T_D$ y sustituyendo en la ecuación (1) se tiene:

$$\dot{\sigma} = \frac{uT_{max} - \sigma - T_D}{\tau}. \quad (9)$$

El interés se centra en mantener el error $\sigma = 0$ de manera indefinida en el tiempo. El valor de u que garantiza que σ sea positivo es $u = 1$. Por lo tanto, los movimientos controlados de σ satisfacen la ecuación diferencial siguiente:

$$\dot{\sigma} = -\frac{1}{\tau}[\sigma - (T_{max} - T_D)]. \quad (10)$$

Por otra parte, la otra única opción a considerar es $u = 0$. Esta entrada de control garantiza que la derivada temporal de σ sea negativa. De este modo, σ se rige por la siguiente ecuación diferencial:

$$\dot{\sigma} = -\frac{1}{\tau}(\sigma + T_D). \quad (11)$$

Por lo tanto, la política de conmutación es:

$$u = \frac{1}{2}(1 - \text{sign}(\sigma)). \quad (12)$$

El control equivalente se obtiene a partir de las siguientes condiciones de invarianza:

$$\dot{\sigma} = 0, \quad (13)$$

$$\sigma = 0. \quad (14)$$

De esta manera, y a partir de la ecuación (9) se tiene:

$$\dot{\sigma} = \left. \frac{uT_{max} - \sigma - T_D}{\tau} \right|_{\sigma=0} = 0 \quad (15)$$

Resolviendo para u , el control equivalente u_{eq} es:

$$u_{eq} = \frac{T_D}{T_{max}} \quad (16)$$

4. Simulación

A continuación, se presentan los resultados de simulación aplicando el controlador diseñado en la sección anterior para una temperatura deseada $T_D = 160^\circ\text{C}$.

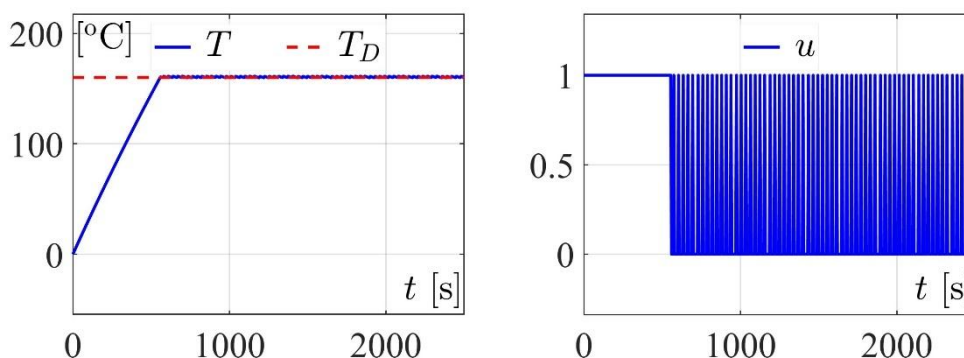


Figura 2. Simulación para $T_D = 160^\circ\text{C}$.

Como se puede observar en la Figura 2, la señal del control es perfectamente capaz de llevar a la variable controlada $T(t)$ al valor de referencia deseado T_D .

Simulando nuevamente, pero considerando una temperatura deseada $T_D = 200^\circ\text{C}$ se obtienen los siguientes resultados de simulación.

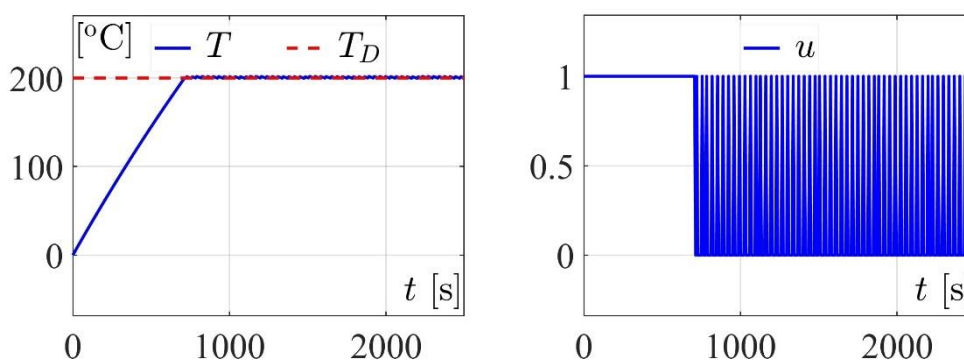


Figura 3. Simulación para $T_D = 200^\circ\text{C}$.

5. Conclusiones

En este trabajo se realizó el diseño de un esquema de control basado en modos deslizantes para regular la temperatura del producto en el interior de un tanque aislado térmicamente y, a través de simulaciones vía Matlab-Simulink, se comprobó su funcionamiento, es decir, se logró ejecutar la tarea de control y por lo tanto $T(t) \rightarrow T_D$.

6. Referencias

Sira, H. (2015). Sliding Mode Control: The Delta-Sigma Modulation Approach. Suiza: Birkhäuser.

Hernández, V., Silva, R., Carrillo, R. (2013). Control Automático. Ciudad de México: Colección CIDETEC.