

CIDEMORF: HERRAMIENTA PARA PROCESAMIENTO DE IMÁGENES PLANAS USANDO MORFOLOGÍA MATEMÁTICA EN GAMBAS

C. Álvarez Cedillo Jesús Antonio, Jesús Ignacio Espinosa de la Cruz, Francisco Javier Espinosa de la Cruz

Departamento de Procesamiento Paralelo

Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en Cómputo (CIDETEC)

Unidad Profesional López Mateos, Instituto Politécnico Nacional

Resumen

La Morfología Matemática tiene diversas aplicaciones en el procesamiento de imágenes y representa un claro ejemplo del procesamiento no lineal. En el siguiente trabajo se muestra el programa CIDEMORF, resultado de las técnicas aplicadas en la morfología matemática. El programa ofrece al usuario un ambiente simple para experimentar y explotar los diferentes aspectos usando operadores clásicos de esta área. El programa se desarrolló usando software libre como una herramienta *open source* realizada en Gambas; este software podrá ser utilizado por investigadores en general.

Palabras Clave: Morfología Matemática, Procesamiento de Imágenes, Gambas, Software Libre, Erosión, Dilatación, Apertura, Cierre.

Abstract

The mathematical morphology has different applications in image processing; it represents a sample of nonlinear processing. In this paper we present the CIDEMORF software as the result of all mathematical morphology techniques. This software offers a simple environment to perform experiments and navigate using classic operators of this topic. The software was developed in GAMBAS using free software and can be used by researchers in general.

Keywords: Mathematical Morphology, Image Processing, Gambas, Free Software, Erosion, Dilation, Opening, Closing.

1. Introducción

La descripción básica de la Morfología Matemática descansa en la «teoría de conjuntos», cuyos primeros trabajos se deben a Minkowski [?, ?] y Hadwiger [?, ?]. La continuación de estos trabajos de investigación, bajo el impulso y reformulación de Matheron y Serra, se darían posteriormente a conocer bajo la denominación de Morfología Matemática, como una técnica no lineal de tratamiento de señales.

La mayor parte de esta teoría ha sido desarrollada en el *Centre de Morphologie Mathématique* (CMM) de l'École des Mines de Paris.

Actualmente, el ámbito y alcance de los procesamiento morfológicos es tan amplio como el propio procesamiento de imágenes. Se pueden encontrar aplicaciones tales como la segmentación, restauración, detección de bordes, aumento de contraste, análisis de texturas, compresión, etc. En este trabajo se describen nociones básicas de la Morfología Matemática, haciendo referencia a ellas en el procesamiento cromático. Las obras [?, ?, ?, ?] contienen en detalle la definición de los conceptos básicos en morfología tratados a continuación.

2. Nociones sobre teoría de conjuntos

Se denotarán los conjuntos con mayúsculas ($X, Y, Z, \dots$) y los elementos que contienen con minúsculas ($p, q, r, \dots$).

Definición 1. Dos conjuntos son iguales si están formados por los mismos elementos:

$$X = Y \iff (p \in X \Rightarrow p \in Y \wedge p \in Y \Rightarrow p \in X) \quad (1)$$

La igualdad de conjuntos es reflexiva, simétrica y transitiva. El conjunto vacío se denotará por $\emptyset$.

Definición 2. X es subconjunto de Y si todos los elementos de X pertenecen a Y :

$$X \subseteq Y \iff (p \in X \Rightarrow p \in Y) \quad (2)$$

La inclusión es reflexiva, antisimétrica y transitiva.

Definición 3. La intersección de dos conjuntos X e Y es el conjunto de los elementos que pertenecen a ambos:

$$X \cap Y = \{p \mid p \in X \wedge p \in Y\} \quad (3)$$

La intersección es conmutativa, asociativa e idempotente; esta última propiedad es importante en morfología y significa que $X \cap X = X$.

Definición 4. La unión de dos conjuntos se constituye por los elementos que pertenecen a uno o al otro:

$$X \cup Y = \{p \mid p \in X \vee p \in Y\} \quad (4)$$

Al igual que la intersección, la unión de conjuntos es conmutativa, asociativa e idempotente.

Definición 5. La diferencia entre conjuntos X e Y la componen los elementos que pertenecen a X pero no están incluidos en Y :

$$X \setminus Y = \{p \mid p \in X \wedge p \notin Y\} \quad (5)$$

Esta operación no es en general conmutativa. Una variante se conoce como diferencia simétrica de conjuntos, definida por los elementos que pertenecen a uno u otro conjunto, pero nunca a ambos; es conmutativa y asociativa.

Definición 6. La complementación de un subconjunto X perteneciente a un conjunto Y (conjunto de referencia) se define como:

$$X^c = \{p \mid p \notin X \wedge p \in Y\} \quad (6)$$

Definición 7. Sean X e Y dos conjuntos pertenecientes al conjunto Z . Para todo elemento $x \in X$ e $y \in Y$, es posible hacer corresponder una suma algebraica $x + y$. De esta manera se forma un nuevo conjunto denominado *adición de Minkowski*, denotado por $X \oplus Y$:

$$X \oplus Y = \{x + y \mid x \in X, y \in Y\} \quad (7)$$

Definición 8. Dado un conjunto no vacío X , una relación binaria « $\leq$ » en X es un *orden parcial* si cumple:

- $x \leq x$ (reflexiva)
- $x \leq y$ e $y \leq x$ implica $x = y$ (antisimétrica)
- $x \leq y$ e $y \leq z$ implica $x \leq z$ (transitiva)

Un conjunto con una relación de este tipo se denotará $(X, \leq)$. El conjunto será totalmente ordenado si todos sus elementos son comparables, es decir, $x \leq y \vee y \leq x$ para cualquier par $(x, y) \in X$ [?].

Definición 9. Sea $(X, \leq)$ un conjunto ordenado y $S \subset X$ un conjunto no vacío:

- Un elemento $x \in S$ es el *mínimo* de S si $x \leq y$, para todo $y \in S$.
- Un elemento $y \in S$ es el *máximo* de S si $x \leq y$, para todo $x \in S$.
- Un elemento $x \in X$ es *cota inferior* de S si $x \leq y$, para todo $y \in S$.
- Un elemento $y \in Y$ es *cota superior* de S si $x \leq y$, para todo $x \in S$.
- Un elemento $x \in X$ es el *ínfimo* ($\wedge$) de S si y solo si es la mayor de las cotas inferiores.

- Un elemento $y \in X$ es el *supremo* ($\vee$) de S si y solo si es la menor de las cotas superiores.

Definición 10. Un conjunto ordenado $(X, \leq)$ es un *retículo completo* si todos los subconjuntos de X poseen un ínfimo y un supremo.

Definición 11. Sean X e Y dos retículos completos. La relación f es una *anamorfosis* si y solo si f es una biyección que conserva el ínfimo y el supremo:

$$f(\wedge\{x_i \mid i \in I\}) = \wedge\{f(x_i) \mid i \in I\} \quad (8)$$

$$f(\vee\{x_i \mid i \in I\}) = \vee\{f(x_i) \mid i \in I\} \quad (9)$$

para cualquier familia $\{x_i \mid i \in I\}$ en X , donde I es un conjunto de índices.

3. Propiedades base de las transformaciones morfológicas

Toda operación morfológica es el resultado de una o más operaciones de conjuntos (unión, intersección, complementación...) [?], haciendo intervenir dos conjuntos X, Y , ambos subconjuntos de un conjunto espacio Z . De los dos subconjuntos, Y recibe el nombre de *elemento estructurante*, que para operar con X se desplazará a través del espacio Z .

Las operaciones morfológicas, transformaciones de conjuntos $\psi(X)$, satisfacen, entre otras, las siguientes propiedades:

Invariabilidad a traslación:

$$\psi(X_p) = (\psi(X))_p \quad (10)$$

donde p es el factor de traslación del conjunto.

Compatibilidad con las homotecias: Suponiendo que λX es una homotecia de un conjunto de puntos X , si ψ no depende de la escala, es invariante al cambio de escala:

$$\psi(\lambda X) = \lambda \psi(X) \quad (11)$$

Principio de conocimiento local: La transformación morfológica ψ posee el principio de conocimiento local si para cualquier conjunto de puntos M , subconjunto del dominio N :

$$\psi(X \cap N) \cap M = \psi(X) \cap M \quad (12)$$

Continuidad: En forma resumida, este principio afirma que la transformación morfológica ψ no exhibe ningún cambio abrupto. La noción de continuidad depende de la noción de vecindad, es decir, de la topología.

Dependiendo del tipo de operación morfológica se cumplirán otras propiedades, como la idempotencia, extensividad, antiextensividad, etc.

4. Desarrollo

4.1 Transformaciones morfológicas elementales

El objetivo de las transformaciones morfológicas es la extracción de estructuras geométricas en los conjuntos sobre los que se opera, mediante la utilización de otro conjunto de forma conocida denominado elemento estructurante. El tamaño y la forma de este elemento se escogen a priori, de acuerdo a la morfología del conjunto sobre el que va a interaccionar y de acuerdo a las formas que se desean extraer. Ejemplos básicos de elementos estructurantes utilizados en la práctica se muestran en la figura 1.



Figura 1 Ejemplo de formas básicas de elementos estructurantes planos.

4.2 Erosión

En «teoría de retículos», una erosión es una operación que conmuta con el ínfimo. Dado un retículo completo X , una erosión es una función $\varepsilon : X \rightarrow X$ en la que:

$$\varepsilon(\bigwedge_{i \in I} x_i) = \bigwedge_{i \in I} \varepsilon(x_i) \quad (13)$$

donde I es cualquier conjunto de índices y $\{x_i\}$ es una colección arbitraria de valores $x_i \in X$.

La transformación de erosión es el resultado de comprobar si el elemento estructurante Y está totalmente incluido dentro del conjunto X . Cuando esto no ocurre, el resultado de la erosión es el conjunto vacío.

En la figura 2 se muestra la erosión de una señal unidimensional de función f . El resultado es el mínimo valor de todos los presentes bajo la definición del elemento estructurante.

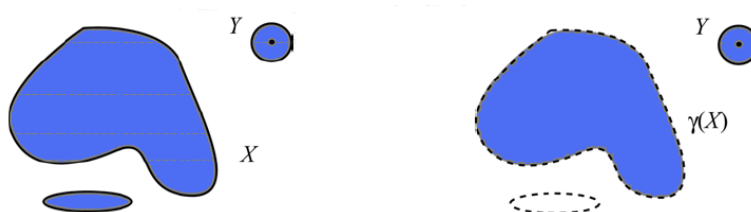


Figura 2 Erosión de una señal unidimensional definida por la función f . Elemento estructurante de tamaño 3. El resultado es el mínimo de todos los valores presentes bajo la definición del elemento estructurante. (a) señal original; (b) resultado de la erosión.

4.3 Dilatación

La dilatación es la operación dual de la erosión. En «teoría de retículos», un operador $\delta : X \rightarrow X$ se denomina dilatación en el caso de que conmute con el supremo de una colección de valores:

$$\delta(\bigvee_{i \in I} x_i) = \bigvee_{i \in I} \delta(x_i) \quad (14)$$

donde I es cualquier conjunto de índices y $\{x_i\}$ es una colección arbitraria de valores $x_i \in X$.

El resultado de la dilatación es el conjunto de puntos origen del elemento estructurante Y tales que el elemento estructurante contiene algún elemento del conjunto X , cuando el elemento se desplaza por el espacio que contiene a ambos conjuntos:

$$\delta_Y(X) = \{x \mid Y_x \cap X \neq \emptyset\} \quad (15)$$

Esta última ecuación puede reescribirse como una unión de conjuntos trasladados, cuyas traslaciones vienen definidas por el dominio del elemento estructurante:

$$\delta_Y(X) = \bigcup_{s \in Y} X_{-s} \quad (16)$$

El efecto de una operación de dilatación puede observarse en la figura 3, donde un elemento estructurante Y en forma de disco circular aumenta la definición del objeto X .



Figura 3 Dilatación de X por el elemento estructurante Y . El conjunto X aumenta su definición. (a) original; (b) resultado.

Se puede extender la definición de dilatación a imágenes binarias o de escala de grises f , interpretándola como el valor máximo de las traslaciones de f definidas por la forma del elemento estructurante en cada punto de la imagen:

$$\delta_Y(f) = \bigvee_{s \in Y} f_{-s} \quad (17)$$

En otras palabras, el valor de dilatación de un píxel (x, y) es el máximo valor de la imagen en la ventana de vecindad definida por el elemento estructurante cuando su origen se sitúa en (x, y) :

$$\delta_Y(f)(x, y) = \max_{(s, t) \in Y} f(x - s, y - t) \quad (18)$$

4.4 Dualidad

La erosión y la dilatación son operaciones duales con respecto a la complementación. Esto significa que una erosión es equivalente a la complementación de la dilatación de la imagen complementada con el mismo elemento estructurante, y viceversa:

$$\varepsilon_Y = C \delta_Y C \quad (19)$$

4.5 Crecientes

Las operaciones de erosión y dilatación son crecientes; respetan el orden presente en la estructura de retículo. Para dos imágenes f y g :

$$f \leq g \Rightarrow \varepsilon(f) \leq \varepsilon(g) \quad (20)$$

$$f \leq g \Rightarrow \delta(f) \leq \delta(g) \quad (21)$$

Gracias a esta propiedad, las operaciones morfológicas pueden extenderse del caso binario a la escala de grises, puesto que estas últimas señales pueden expresarse como una suma de imágenes binarias (superposición de conjuntos apilados). La señal de grises se define como:

$$f = \sum_{t=1}^{t_{\max}} C S_t(f) \quad (22)$$

donde $C S_t(f)$ es la imagen binaria que contiene los píxeles con valor en f mayor o igual a t .

El que la erosión y la dilatación sean crecientes implica que las relaciones de orden entre los diferentes conjuntos apilados de una imagen sean respetadas por estos operadores. La erosión y la dilatación son, pues, invariantes a la descomposición por umbrales:

$$\varepsilon_Y = \sum_{t=1}^{t_{\max}} \varepsilon_Y(C S_t(f)) \quad (23)$$

$$\delta_Y = \sum_{t=1}^{t_{\max}} \delta_Y(C S_t(f)) \quad (24)$$

4.6 Apertura y cierre

Generalmente, en un retículo completo X , la dilatación $X \rightarrow \delta(X)$ y la erosión $X \rightarrow \varepsilon(X)$ son operaciones que no admiten inversa. Sin embargo, es posible, mediante una adjunción de operadores básicos, aproximarse a la forma original en base a la dualidad que poseen.

Apertura morfológica. La apertura de una señal f por un elemento estructurante Y se denota por $\gamma_Y(f)$ y se define como la erosión de f por Y , seguida de la dilatación por el mismo elemento estructurante:

$$\gamma_Y(f) = \delta_Y(\varepsilon_Y(f)) \quad (25)$$

En el caso general de conjuntos, la apertura se puede definir como la unión de los elementos estructurantes Y que se encuentran totalmente dentro del conjunto X :

$$\gamma_Y(X) = \bigcup \{Y \mid Y \subseteq X\} \quad (26)$$

El efecto de una operación de apertura puede observarse en la figura 4: un elemento estructurante Y en forma de disco circular provoca en la erosión la desaparición de una estructura que, en la operación de dilatación, no se puede recuperar.

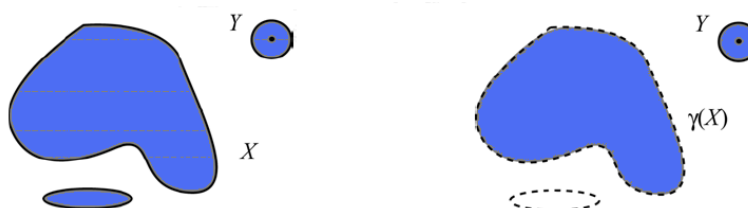


Figura 4 Apertura morfológica del conjunto X por el elemento estructurante Y . Eliminación de objetos menores en tamaño al elemento estructurante; la apertura redondea las convexidades importantes.

Cierre morfológico. El cierre de una señal f por un elemento estructurante Y se denota por $\varphi_Y(f)$ y se define como la dilatación de f por Y , seguida de la erosión por el mismo elemento estructurante:

$$\varphi_Y(f) = \varepsilon_Y(\delta_Y(f)) \quad (27)$$

Por la propiedad de complementación de las operaciones básicas, se puede expresar el cierre como la intersección de todas las traslaciones del complemento del elemento estructurante, tal que éste contiene a X :

$$\varphi_Y(X) = \bigcap \{Y^c \mid X \subseteq Y^c\} \quad (28)$$

Al igual que la apertura, el cierre de una imagen es independiente del origen del elemento estructurante. El cierre de un conjunto X por un elemento estructurante con forma de disco se ilustra en la figura 5. En una imagen de niveles de grises, el cierre morfológico ayuda a eliminar estructuras oscuras menores en tamaño al elemento estructurante.



Figura 5 Cierre morfológico del conjunto X por el elemento estructurante Y . El cierre redondea las concavidades importantes. (a) señal unidimensional; (b) objeto 2D.

5. Gambas

Gambas [?] es un lenguaje de programación libre derivado de BASIC. Es similar al producto de Microsoft Visual Basic y se distribuye con licencia GNU GPL. Aunque también está muy inspirado por Java.

Permite crear formularios, botones de comandos, cuadros de texto, o enlazar bases de datos como MySQL, PostgreSQL o SQLite. Gambas nació como respuesta a la necesidad de tener un entorno de desarrollo rápido de aplicaciones (RAD), además de cumplir la necesidad de muchos programadores del lenguaje de Microsoft de contar con un lenguaje de programación sencillo para plataformas libres (como GNU/Linux y *BSD).

A pesar de estar basado en el lenguaje BASIC y poseer gran similitud con Visual Basic, Gambas no es un clon de este último. Es importante señalar que prácticamente todos los proyectos desarrollados en este entorno son compatibles con versiones nuevas de Gambas, lo que no ocurre con los proyectos de MS Visual Basic, ya que este no es orientado a objetos y por lo tanto carece de herencia.

La principal diferencia con respecto a Visual Basic 6.0 es el soporte para orientación a objetos. En Gambas no existen los arreglos de controles, pero dispone de un elemento similar llamado *group* que, utilizado

conjuntamente con arreglos de objetos, ofrece resultados análogos. Gambas añade algunas propiedades nuevas en sus controles, como la alineación vertical/horizontal en etiquetas, o algunas propiedades gráficas en el elemento «Button».

El acceso a bases de datos es sumamente sencillo y potente. Gambas incluye, al igual que Visual Basic, su propio empaquetador para la distribución de aplicaciones, que permite crear incluso paquetes .deb. Gambas es una excelente y potente alternativa a la programación visual ofrecida en Visual Basic para entornos Linux; su talón de Aquiles actualmente es su escasa documentación.

En la figura 6 se muestra el logotipo de este programa.

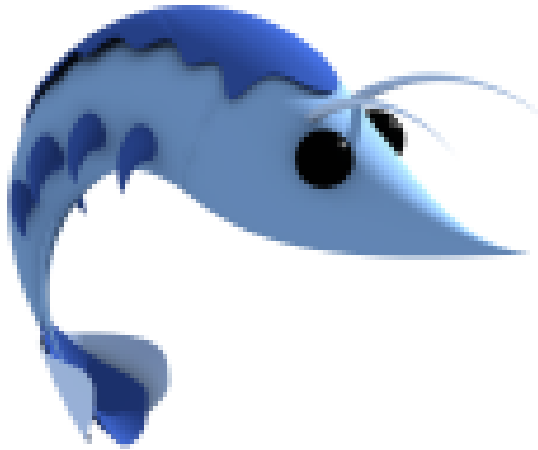


Figura 6 Logotipo oficial del proyecto GAMBAS.

En la figura 7 se muestra el sistema completo de manipulación de imágenes, al cual se le llamó CIDEMORF; este nombre se formó con la combinación de CIDETEC y MORFOLOGÍA. Este sistema será publicado para su libre distribución bajo la licencia GPL en los sitios SourceForge y Freshmeat.

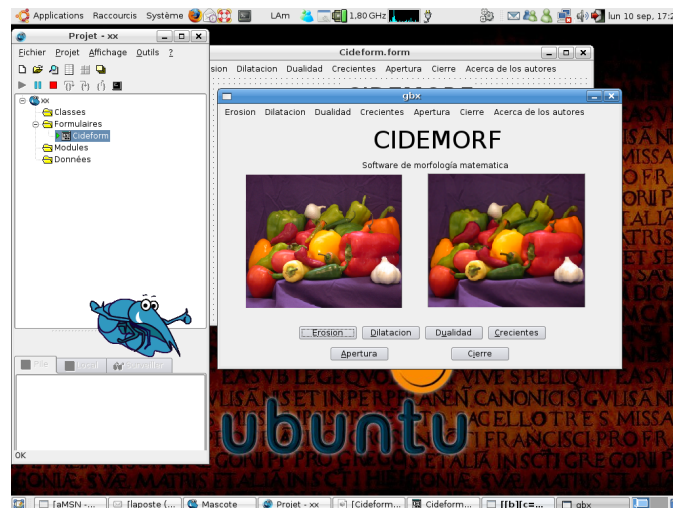


Figura 7 Interfaz del programa CIDEMORF.

6. Conclusiones

El reconocimiento de patrones se puede definir, desde un punto de vista cualitativo, como «la asignación de un objeto o evento físico a una de las categorías posibles especificadas previamente», o desde un punto de vista cuantitativo como «un problema de estimación de la función densidad en un espacio de alta dimensión y división del espacio en las regiones de las categorías o clases».

En la figura 8 se muestra el esquema general de análisis de imágenes.



Figura 8 Esquema general de análisis de imágenes.

Como es posible observar en la figura 8, dentro de las técnicas de nivel bajo encontraremos la sección de mejoramiento y restauración de la imagen, que inicia con la adquisición de las imágenes (fotografía, escáner o cámara digital) y termina con el mejoramiento, restauración o conversión de estas. La creación de un software usando diferentes operaciones morfológicas permite realizar cualquiera de los tres casos.

El software CIDEMORF presentó un buen desempeño de optimización de imágenes utilizando la morfología matemática. El desarrollo de sistemas basados en herramientas de software libre permite la explotación de estas herramientas para el acceso libre de investigadores y científicos en los países de habla hispana. La siguiente versión tendrá mejoras en los algoritmos de pre-procesamiento y soportará múltiples lenguajes.

Referencias

- [1] H. Minkowski. *Notebooks 1882--1906*. American Institute of Physics, Center for History of Physics, 1897.
- [2] H. Minkowski. *Notebooks 1882--1906*. American Institute of Physics, Center for History of Physics, 1901.
- [3] H. Hadwiger. *Vorlesungen über Inhalt, Oberfläche und Isoperimetrie*. Springer, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1957.
- [4] H. Hadwiger. *Über treffanzahlen bei translationsgleichen eikörpern*. 1959.
- [5] G. Matheron. *Éléments pour une théorie des milieux poreux*. Masson, Paris, 1967.
- [6] G. Matheron. *Random Sets and Integral Geometry*. Wiley, New York, 1975.
- [7] J. Serra. *Image Analysis and Mathematical Morphology*, vol. 1. Academic Press, London, 1981.
- [8] J. Serra (ed.). *Image Analysis and Mathematical Morphology*, vol. 2: Theoretical Advances. Academic Press, London, 1988.
- [9] L. Avellanar. *Álgebra*. Prensas Universitarias de Zaragoza, 1990.
- [10] J. Díaz. *Morfología Matemática aplicada al procesamiento de imágenes*. 2003.
- [11] Gambas Project. Disponible en: <http://gambas.sourceforge.net>