

## MODELADO Y OPTIMIZACIÓN: FUNDAMENTOS, APLICACIONES, TENDENCIAS Y RETOS

Saúl Solorio Fernández, Universidad Autónoma de Guerrero, sausolofer@gmail.com

### Abstract

*El modelado y la optimización son dos herramientas que suelen trabajar de manera conjunta para describir fenómenos del mundo real de forma simplificada mediante representaciones conceptuales, matemáticas y computacionales, llamadas modelos, que, a su vez, son optimizados mediante soluciones algorítmicas adecuadas a cada tipo de problema. Ambas herramientas han proliferado y han encontrado nichos de aplicación en prácticamente la mayoría de los campos del conocimiento humano, y se posicionan como áreas de investigación científica activas, con tendencias claramente marcadas por los últimos avances de la Inteligencia Artificial en las Ciencias de la Computación. En este artículo divulgativo, se presentan los fundamentos del modelado y de la optimización matemática, así como sus aplicaciones en el contexto práctico. También se analizan y discuten las técnicas más recientes, las tendencias, los desafíos aún por resolver y el futuro que se vislumbra en ambas áreas de investigación.*

### 1. Introducción

El modelado y la optimización representan dos áreas fundamentales en matemáticas aplicadas, investigación de operaciones, ingeniería y ciencia de datos, ya que permiten abordar problemas reales y encontrar soluciones eficientes bajo criterios bien definidos (Hamdy A. Taha, 2017; Hillier Frederick S. & Lieberman Gerald J., 2010). Estas herramientas son particularmente útiles cuando los recursos son limitados y las decisiones deben ser racionales y bien fundamentadas.

El **modelado** consiste en crear una representación abstracta y simplificada de un sistema real, resaltando sus elementos principales y las relaciones entre ellos (Winston, 2004). Esta representación puede ser conceptual, matemática o computacional. La **optimización**, por su parte, busca encontrar la mejor solución posible entre varias opciones, tomando en cuenta restricciones y objetivos concretos. Ambas disciplinas están estrechamente relacionadas y suelen usarse de manera conjunta para resolver problemas complejos.

Este artículo tiene como objetivo analizar los fundamentos del modelado y la optimización, describir sus principales métodos, revisar algunas de sus aplicaciones más importantes y discutir tendencias y retos actuales.

## 2. Fundamentos del modelado matemático

Un modelo matemático es una descripción abstracta de un sistema, proceso o fenómeno del mundo real que usa el lenguaje de las matemáticas. Su objetivo principal

es simplificar la realidad para analizarla, predecir su comportamiento y, finalmente, tomar decisiones informadas (Hamdy A. Taha, 2017). En general, un modelo matemático se compone de tres elementos esenciales:

- Variables de decisión: son las incógnitas que el modelo busca determinar. Representan las acciones o decisiones a tomar (por ejemplo, cantidad de producto a fabricar, ruta a seguir, inversión a realizar).
- Función objetivo: es la métrica que se busca maximizar (como ganancia, utilidad, rendimiento) o minimizar (como costo, tiempo, riesgo). Esta función establece la meta del problema.
- Restricciones: son las limitaciones o condiciones que deben satisfacer las variables de decisión. Representan los recursos disponibles, las capacidades operativas, las demandas de mercado o las regulaciones aplicables. Se expresan como igualdades o desigualdades.

El proceso de modelado generalmente es un proceso iterativo y suele seguir las siguientes etapas (Hillier, 2005):

1. Definición del problema: identificación clara de los objetivos, el alcance del problema y las decisiones que deben tomarse.
2. Recolección de datos: obtención de la información necesaria para cuantificar los parámetros del modelo (costos, capacidades, tiempos, demandas).
3. Formulación matemática: traducción de la realidad y sus restricciones al lenguaje matemático (variables, función objetivo y restricciones).
4. Implementación y solución: uso de software especializado para encontrar el valor óptimo de las variables de decisión.
5. Validación y análisis de sensibilidad: verificación de que el modelo representa lo más cercano posible a la realidad, mientras que el análisis de sensibilidad cuantifica cómo el cambio en los parámetros de entrada (datos) afecta la solución óptima (Winston, 2004).

Los modelos matemáticos desempeñan un papel fundamental en la optimización y su validez depende tanto de los supuestos adoptados como de la calidad de la información utilizada (Bazaraa et al., 2011). Si un modelo es muy complejo, puede ser difícil de analizar. Si es demasiado simple, puede no reflejar bien la realidad. Por lo tanto, la calidad de un modelo reside en su capacidad para capturar los aspectos esenciales del fenómeno analizado, logrando un equilibrio entre realismo y tratabilidad computacional (Bertsimas & Tsitsiklis, 1997).

Los modelos matemáticos desempeñan un papel fundamental en la optimización y su validez depende tanto de los supuestos adoptados como de la calidad de la información utilizada (Bazaraa et al., 2011). Si un modelo es muy complejo, puede ser difícil de analizar. Si es demasiado simple, puede no reflejar bien la realidad. Por lo tanto, la calidad de un modelo reside en su capacidad para capturar los aspectos esenciales del fenómeno analizado, logrando un equilibrio entre realismo y tratabilidad computacional (Bertsimas & Tsitsiklis, 1997).

### 3. Optimización: fundamentos y clasificación

La optimización es la disciplina que busca determinar el valor óptimo de la función objetivo, ya sea máximo o mínimo, sujeto a un conjunto de restricciones (Hamdy A. Taha, 2017). Los problemas de optimización se pueden clasificar según la naturaleza de sus variables, función objetivo y restricciones, lo que a su vez determina el algoritmo de solución apropiado.

- **Optimización lineal.** Se caracteriza porque tanto la función objetivo como las restricciones son lineales respecto a las variables de decisión y ha sido ampliamente utilizada en problemas de asignación de recursos y planificación (Bazaraa et al., 2011). El método Simplex, desarrollado por George Dantzig (Dantzig, 1955), es el algoritmo fundamental para resolver este tipo de problemas.
- **Optimización entera y binaria.** Se usa cuando las variables de decisión solo pueden tomar valores discretos. Cuando algunas o todas las variables de decisión deben tomar valores enteros, se habla de Programación Lineal Entera (PLE). Cuando las variables solo pueden tomar el valor de 0 o 1, se trata de Programación Lineal Binaria, utilizada para decisiones de sí/no (por ejemplo, decidir si construir una nueva instalación o no).
- **Optimización no lineal.** Si la función objetivo o alguna restricción es no lineal, el problema es de Programación No Lineal (PNL). La programación no lineal incluye métodos basados en gradientes, multiplicadores de Lagrange y técnicas numéricas iterativas. Estos problemas suelen ser más difíciles de resolver, ya que la solución óptima local puede no ser la global, lo que incrementa la complejidad del análisis.
- **Técnicas Avanzadas de Optimización.** Cuando los problemas reales son tan complejos (no lineales, inciertos o de gran escala), los métodos exactos de optimización, como Simplex, resultan inviables computacionalmente. En estos casos, se suelen emplear lo que se conoce como técnicas heurísticas y metaheurísticas. Estas técnicas buscan una solución "suficientemente buena" en un tiempo razonable, en lugar de la garantía de la solución óptima global. Ejemplos populares de dichas técnicas incluyen: Algoritmos Genéticos (AG) (Holland, 1992), Búsqueda Tabú (Glover, 1986), Recocido Simulado (Simulated Annealing) (Kirkpatrick et al., 1983) y otros algoritmos bioinspirados (Tomar et al., 2024). También existen técnicas que se suelen aplicar en problemas que involucran incertidumbre, tales como la programación estocástica (Dantzig, 1955) y la optimización robusta (Birge & Louveaux, 1997).

Finalmente, es importante mencionar que pueden darse situaciones en las cuales el objetivo no es encontrar una sola solución óptima, sino más bien un conjunto de soluciones factibles y eficientes; a este tipo de problemas se les conoce como problemas de optimización multiobjetivo (Gadallah et al., 2025; de Alcantara et al., 2025), donde se consideran varios criterios de optimización que pueden incluso ser conflictivos entre sí.

#### 4. Aplicaciones del modelado y la optimización

El modelado y la optimización son pasos complementarios en la resolución de problemas. El modelado da la estructura formal del problema y la optimización proporciona los métodos para encontrar la mejor solución dentro de esa estructura. En la práctica, ambos procesos suelen ser iterativos, enmarcados en un ciclo continuo de análisis, modelado y optimización, lo que ayuda a mejorar progresivamente la calidad de las decisiones (Hillier Frederick S. & Lieberman Gerald J., 2010).

Las aplicaciones del modelado y la optimización cubren muchos campos. En ingeniería, estas herramientas se usan para diseñar estructuras óptimas, planificar procesos productivos y reducir costos operativos. En economía y administración, ayudan a optimizar carteras de inversión, gestionar inventarios y apoyar la toma de decisiones estratégicas.

En los sectores de transporte y logística, los modelos de optimización ayudan a planificar rutas, asignar flotas y reducir tiempos y costos de distribución. En Inteligencia Artificial (IA) y Ciencia de Datos, la optimización es clave en el entrenamiento de modelos de aprendizaje automático, donde se busca minimizar funciones de error y mejorar el desempeño predictivo (Frederick S. & Lieberman Gerald J., 2010).

#### 5. Tendencias, Retos y Futuro del Modelado y la Optimización

El campo del modelado y la optimización ha evolucionado rápidamente, impulsado por los avances en la capacidad computacional y la integración de la Inteligencia Artificial. A continuación, se presenta un resumen de las técnicas y métodos más recientes, las tendencias emergentes y los principales retos aún por resolver.

##### 5.1. Técnicas Recientes de Modelado y Optimización

- **Modelado con LLMs (Modelado Automatizado).** Estos sistemas hacen uso de Modelos de Lenguaje de Gran Escala (LLMs), como GPT-4o o DeepSeek, para traducir descripciones de problemas en lenguaje natural a formulaciones matemáticas formales y código ejecutable (Xiao, Xie, et al., 2025; B. Zhang & Luo, 2025; Y. Zhang et al., 2025). Técnicas como Chain-of-Expert (Xiao et al., 2025b) y OptiMUS (AhmadiTeshnizi et al., 2024) utilizan sistemas multi-agente donde diferentes LLMs actúan como expertos en formulación y programación.
- **Redes Neuronales Informadas por la Física (PINNs).** Estos modelos integran leyes físicas (ecuaciones diferenciales) en el entrenamiento de redes neuronales artificiales para garantizar resultados científicamente consistentes, especialmente cuando hay escasez de datos (Farea et al., 2024; Wong et al., 2025).

- Optimización de Simulación Multiobjetivo (MOSO). Estas técnicas permiten abordar problemas del mundo real que presentan objetivos múltiples y en conflicto, integrando modelos de Simulación de Eventos Discretos (DES) con mecanismos de optimización. MOSO se utiliza comúnmente para encontrar soluciones Pareto-eficientes en procesos complejos e interdependientes (de Alcantara et al., 2025).
- Gemelos Digitales (Digital Twins) y Sistemas Ciber-Físicos (CPS). Los gemelos digitales (Aretoulaki et al., 2024; Sharma et al., 2022) son modelos virtuales multidimensionales que reflejan un sistema físico en tiempo real para realizar optimizaciones constantes. Los CPS utilizan algoritmos (a menudo basados en Machine Learning) para controlar entidades físicas y operar de forma autónoma en la toma de decisiones.

### 5.2. Tendencias Principales

- Sostenibilidad y Economía Circular: Existe una tendencia creciente a incluir métricas de sostenibilidad ambiental y social (como la reducción de emisiones de carbono o equidad laboral) como objetivos directos en los modelos de optimización, más allá de la simple eficiencia de costos (Pistikopoulos & Tian, 2024).
- Modelado Híbrido: La combinación de modelos basados en principios físicos con modelos basados en datos, así como la combinación de algoritmos bioinspirados con redes neuronales suelen compensar las limitaciones de los diferentes enfoques empleados, mejorando la precisión en sistemas complejos (Pistikopoulos & Tian, 2024).
- Optimización Cuántica: Se refiere al uso de algoritmos cuánticos para acelerar la resolución de problemas de programación lineal y cuadrática a una escala exponencial. El objetivo es superar las barreras actuales de los ordenadores clásicos para resolver problemas combinatorios masivos que son intratables para computadoras clásicas (Jordan et al., 2025).
- Aprendizaje por Refuerzo (Reinforcement Learning): Aplicado para controlar dinámicamente las tasas de aprendizaje en optimizadores o para la síntesis automática de procesos sin necesidad de postular una estructura previa (Krzyszowski et al., 2024).

### 5.3. Retos y Desafíos Actuales

- Errores Lógicos y Alucinaciones de la IA: Los LLMs muy a menudo enfrentan dificultades con la precisión numérica y la consistencia lógica, generando pruebas matemáticas incorrectas, restricciones físicamente imposibles o alucinaciones que parecen plausibles pero carecen de rigor científico (Forootani, 2025; Huang et al., 2025).
- Complejidad Computacional: Muchos problemas de optimización son NP-duros, lo que implica que el tiempo de cálculo crece exponencialmente con el tamaño del problema. Por tanto, generar aproximaciones precisas del conjunto de soluciones óptimas en problemas de gran escala sigue siendo extremadamente

costoso en términos de tiempo y recursos (de Alcantara et al., 2025; Xiao, Xie, et al., 2025).

- **Calidad de los Datos y Escasez:** De acuerdo con el estudio realizado en (Xiao, Xie, et al., 2025), muchos conjuntos de datos de referencia (benchmarks) actuales contienen altas tasas de error (hasta un 54% en algunos casos), lo que socava la fiabilidad de las evaluaciones.
- **Falta de Generalización:** Los modelos suelen fallar al enfrentarse a escenarios fuera de su distribución de entrenamiento ("out-of-distribution"), un problema crítico en la ingeniería de proteínas y materiales (Kim et al., 2025).

A pesar de los múltiples avances en años recientes en las distintas subdisciplinas de investigación, el modelado y la optimización siguen siendo áreas de investigación activas. El modelado moderno está experimentando una transición de lo estático y puramente matemático a lo dinámico e inteligente. Tal y como se vislumbra, el futuro está en la integración entre el modelado-optimización y la Inteligencia Artificial. En esencia, el campo se mueve hacia una fusión entre el rigor matemático clásico y la potencia inductiva de la IA, intentando cerrar la brecha entre el lenguaje natural y la formulación técnica.

## **6. Conclusiones**

El modelado y la optimización son herramientas fundamentales para el análisis y la resolución de problemas complejos en diversos ámbitos del conocimiento. A través del modelado, es posible representar de manera estructurada sistemas reales, mientras que la optimización permite identificar las decisiones más eficientes bajo criterios bien definidos. Al traducir la complejidad en un lenguaje matemático riguroso, ambas herramientas nos permiten identificar soluciones que superan la intuición, maximizando la eficiencia, minimizando los costos y gestionando el riesgo de forma estratégica.

Los desafíos futuros incluyen la optimización de sistemas cada vez más grandes y complejos, la incorporación de incertidumbre de manera más robusta y la necesidad de desarrollar soluciones que no solo sean óptimas matemáticamente, sino también justas, explicables y sostenibles. La evolución de estas técnicas, en particular su convergencia con la Inteligencia Artificial anticipa un futuro en el que las decisiones óptimas serán predominantes.

## Referencias

6. AhmadiTeshnizi, A., Gao, W., & Udell, M. (2024). OptiMUS: Scalable Optimization Modeling with (MI) LP Solvers and Large Language Models. *Proceedings of Machine Learning Research*, 235, 577– 596. <https://arxiv.org/pdf/2402.10172>
7. Aretoulaki, E., Ponis, S. T., Plakas, G., & Tzanetou, D. (2024). Discrete event simulation and Digital Twins in warehouse logistics: a bibliometric and content analysis-based systematic literature review. *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 37(10–11), 1376–1403. <https://doi.org/10.1080/0951192X.2024.2314772;ISSUE:ISSUE:DOI>
8. Bazaraa, M. S., Jarvis, J. J., & Sherali, H. D. (2011). *Linear programming and network flows*. John Wiley & Sons.
9. Bertsimas, D., & Tsitsiklis, J. N. (1997). *Introduction to linear optimization* (Vol. 6). Athena scientific Belmont, MA.
10. Birge, J. R., & Louveaux, F. (1997). *Introduction to stochastic programming*. Springer.
11. Dantzig, G. B. (1955). Linear programming under uncertainty. *Management Science*, 1(3–4), 197–206.
12. de Alcantara, M. G., da Silva, A. F., Marins, F. A. S., & de Carvalho Miranda, R. (2025). Systematic Literature Review on Multi-Objective Simulation Optimization. *Complex System Modeling and Simulation*, 5(2), 190–220. <https://doi.org/10.23919/CSMS.2024.0037>
13. Farea, A., Yli-Harja, O., & Emmert-Streib, F. (2024). Understanding physics-informed neural networks: Techniques, applications, trends, and challenges. *AI*, 5(3), 1534–1557.
14. Forootani, A. (2025). A survey on mathematical reasoning and optimization with large language models. *ArXiv Preprint ArXiv:2503.17726*.
15. Gadallah, M. H., Ahmed, A. A. M., Gadallah, M. H., & Ahmed, A. A. M. (2025). A Comprehensive Review on the Classification of Multi-Objective Optimization Techniques. *Open Journal of Optimization*, 14(4), 181–228. <https://doi.org/10.4236/OJOP.2025.144010>
16. Glover, F. (1986). Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers & Operations Research*, 13(5), 533–549.
17. Hamdy A. Taha. (2017). *Operations Research An Introduction* (10th ed.). Pearson Education.
18. Hillier, F. S. (2005). *Introduction to operations research*. McGrawHill.

19. Hillier Frederick S., & Lieberman Gerald J. (2010). INTRODUCCIÓN A LA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES (Jesús Elmer Murrieta Murrieta & Carlos Roberto Cordero Pedraza, Trans.; 9th ed.). Mac Graw Hill.
20. Holland, J. H. (1992). *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. MIT press.
21. Huang, X., Shen, Q., Hu, Y., Gao, A., & Wang, B. (2025). LLMs for mathematical modeling: Towards bridging the gap between natural and mathematical languages. *Findings of the Association for Computational Linguistics: NAACL 2025*, 2678–2710.
22. Jordan, S. P., Shutty, N., Wootters, M., Zalcman, A., Schmidhuber, A., King, R., Isakov, S. V., Khattar, T., & Babbush, R. (2025). Optimization by decoded quantum interferometry. *Nature*, 646(8086), 831–836.
23. Kim, M., Gu, J., Yuan, Y., Yun, T., Liu, Z., Bengio, Y., & Chen, C. (2025). Offline Model-Based Optimization: Comprehensive Review. *Eprint ArXiv*.
24. Kirkpatrick, S., Gelatt Jr, C. D., & Vecchi, M. P. (1983). Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598), 671–680.
25. Krzywanski, J., Sosnowski, M., Grabowska, K., Zylka, A., Lasek, L., & Kijo-Kleczkowska, A. (2024). Advanced Computational Methods for Modeling, Prediction and Optimization—A Review. *Materials*, 17(14). <https://doi.org/10.3390/MA17143521>
26. Pistikopoulos, E. N., & Tian, Y. (2024). Advanced Modeling and Optimization Strategies for Process Synthesis. On: Sun, 24, 14.
27. Sharma, A., Kosasih, E., Zhang, J., Brintrup, A., & Calinescu, A. (2022). Digital Twins: State of the art theory and practice, challenges, and open research questions. *Journal of Industrial Information Integration*, 30, 100383. <https://doi.org/10.1016/J.JII.2022.100383>
28. Tomar, V., Bansal, M., & Singh, P. (2024). Metaheuristic Algorithms for Optimization: A Brief Review.
29. *Engineering Proceedings* 2023, Vol. 59, Page 238, 59(1), 238. <https://doi.org/10.3390/ENGPROC2023059238>
30. Winston, W. L. (2004). *Operations research: applications and algorithm*. Thomson Learning, Inc.
31. Wong, J. C., Gupta, A., Ooi, C. C., Chiu, P.-H., Liu, J., & Ong, Y.-S. (2025). Physics-informed neuro-evolution (PINE): a survey and prospects. *ArXiv E-Prints*, arXiv-2501.
32. Xiao, Z., Xie, J., Xu, L., Guan, S., Zhu, J., Han, X., Fu, X., Yu, W., Wu, H., Shi, W., Kang, Q., Duan, J.,
33. Zhong, T., Yuan, M., Zeng, J., Wang, Y., Chen, G., & Zhang, D. (2025). A Survey of Optimization Modeling Meets LLMs: Progress and Future Directions. *ArXiv Preprint ArXiv*. <https://llm4or.github.io/LLM4OR>

- 
34. Xiao, Z., Zhang, D., Wu, Y., Xu, L., Wang, Y. J., Han, X., Fu, X., Zhong, T., Zeng, J., Song, M., & Chen,
  35. G. (2025). Chain-of-Experts: When LLMs Meet Complex Operations Research Problems. Eprint ArXiv. <https://doi.org/10.48550/ARXIV.2303.11366>
  36. Zhang, B., & Luo, P. (2025). OR-LLM-agent: Automating modeling and solving of operations research optimization problem with reasoning large language model. ArXiv Preprint ArXiv:2503.10009.
  37. Zhang, Y., Kang, Q., Yu, W. Y., Gong, H., Fu, X., Han, X., Zhong, T., & Ma, C. (2025). Decision information meets large language models: The future of explainable operations research. ArXiv Preprint ArXiv:2502.09994.